

DOI:10.7522/j.issn.1000-0240.2019.1015

MA Wei, TAN Xianjun, CHEN Weizhong, et al. Theoretical and numerical studies on frost heaving pressure in fractured rock based on extended finite element method[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2020, 42(2):532-539. [马伟, 谭贤君, 陈卫忠, 等. 基于扩展有限元方法的裂隙岩体冻胀力理论与数值研究[J]. 冰川冻土, 2020, 42(2):532-539.]

## 基于扩展有限元方法的裂隙岩体冻胀力理论与数值研究

马 伟<sup>1,2</sup>, 谭贤君<sup>1</sup>, 陈卫忠<sup>1,3</sup>, 周 云<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;  
3. 山东大学 岩土与结构工程研究中心, 山东 济南 250061)

**摘 要:** 为研究寒区裂隙岩体内冻胀力的变化规律, 从单裂隙入手, 基于弹性力学、水冰相变理论以及质量守恒关系, 建立了考虑未冻水含量及水分迁移的冻胀力求解模型; 利用 MATLAB 平台编制程序, 采用扩展有限元方法(XFEM)计算得到了裂隙内冻胀力随冻结时间的演化规律。采用有效体积膨胀系数法计算得到的冻胀力数值解与理论模型计算结果以及其他学者的试验结果吻合较好, 并分析了水冰相变下裂隙尖端应力场, 数值计算结果与理论解吻合较好, 验证了数值方法的可靠性; 通过分析影响冻胀力发展的因素, 指出岩石弹性模量和裂隙几何形状是控制裂隙内冻胀力演化的两个重要因素。

**关键词:** 裂隙岩体; 冻胀力; 水分迁移; 有效体积膨胀系数

**中图分类号:** TU45 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-0240(2020)02-0532-08

### 0 引言

“一带一路”倡议的实施, 将促进寒区岩体工程建设的进一步发展。寒区岩体工程面临的主要问题是裂隙岩体的冻融破坏问题, 如隧道衬砌冻胀开裂、洞口热融坍塌以及顶板冻胀垮落等冻胀病害<sup>[1-2]</sup>。对于裂隙岩体而言, 在水冰相变产生的冻胀力的反复作用下, 岩体中裂纹萌生、扩展与贯通, 从而引起整个岩体工程的灾难性破坏<sup>[3-4]</sup>。而在冻融循环作用下, 裂纹萌生、扩展及冻融损伤主要受冻胀力的控制<sup>[5]</sup>。冻胀力作用下岩体内裂隙网络演化发展, 对寒区岩体工程的稳定和安全造成了很大隐患, 然而国内外现有的研究方法主要以完整岩石的冻融损伤机制和物理力学试验来评价裂隙岩体工程<sup>[6-9]</sup>。贾海梁等<sup>[7]</sup>认为冻融循环作用是低周疲劳载荷, 并选取饱和砂岩的开孔孔隙率为损伤变量, 建立了冻融损伤演化方程。杨更社等<sup>[10-11]</sup>利

用CT扫描技术, 对三种不同的饱和岩样在冻结温度分别为 0℃、-10℃、-20℃时的细观损伤特性进行了试验研究, 分析了水分迁移、冰的形成及损伤结构的变化。周科平等<sup>[12]</sup>对不同冻融循环次数后的花岗岩试样进行了核磁共振测量, 通过分析  $T_2$  图谱与核磁共振成像图像研究了冻融循环过程中岩石孔隙率随冻融循环次数的变化关系。张慧梅等<sup>[6]</sup>提出冻融损伤、受荷损伤与总损伤的概念, 建立了冻融受荷岩石损伤模型, 研究了冻融与荷载共同作用下寒区岩石的损伤特性。Liu 等<sup>[13]</sup>研究了岩石弹性模量与冻融循环次数的关系, 建立了考虑弹性模量折减和孔隙率变化的微孔隙冻胀力理论模型, 指出冻胀力随着冻融次数增加最终趋于一个定值。吕志涛等<sup>[14]</sup>对饱和砂岩进行了开放条件下单向冻结试验, 研究了沿冻结方向的冻胀位移变化过程, 并建立了原位冻胀与迁移水分凝冻胀 THM 耦合冻胀模型。但是, 以上的研究都是基于完整岩石的冻

收稿日期: 2019-01-24; 修订日期: 2019-04-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(51922104; 51579238); 国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2015CB057906)资助

作者简介: 马伟(1994-), 男, 甘肃临夏人, 2016 年在中南大学获学士学位, 现为中国科学院武汉岩土力学研究所读硕士研究生, 从事寒区裂隙岩体冻胀破坏研究. E-mail: 1945216378@qq.com

通信作者: 谭贤君, 研究员, 从事寒区岩土工程研究. E-mail: xjtian@whrsm.ac.cn.

融破坏研究,对裂隙岩体的冻融损伤机制及裂隙冻胀力的研究相对较少。

对于裂隙岩体冻融损伤问题,刘泉声等<sup>[15]</sup>强调了水分迁移机制对裂隙中冻胀力产生的重要性,指出采用裂隙岩体冻胀扩展准则分析冻胀破坏的必要性。阎锡东等<sup>[16]</sup>采用扁平状椭圆形裂隙模型,推导出微裂隙扩展长度与冻胀力的关系,并建立了弹塑性冻融损伤本构模型。李新平等<sup>[17]</sup>采用在类岩石材料中预制裂隙来模拟裂隙岩体,研究了裂隙几何特征对岩体强度的影响,建立了冻融受荷裂隙岩体损伤劣化模型。刘艳章等<sup>[18]</sup>采用预制不同倾角裂隙的类砂岩试样,研究了冻结方式和裂隙倾角对裂隙冻胀扩展的影响,指出冻胀力是驱使裂隙扩展的主要动力。Kang等<sup>[19]</sup>基于断裂力学理论建立了冻融循环作用下裂纹起裂和扩展的理论模型,并提出了使用拓扑原理计算裂纹扩展的方法。Mu等<sup>[20]</sup>对三种含节理的岩体进行了不同冻融循环次数后的剪切破坏试验,分析了黏聚力与内摩擦角随冻融循环的变化规律,并建立了考虑冻融循环次数影响的岩体损伤演化模型。Jia等<sup>[21]</sup>采用预制裂隙花岗岩立方体试样,进行了从上到下以及从下到上两种冻结模式下的冻融破坏试验,指出冻结方向对裂隙扩展的重要性,同时采用冰楔模型推导了裂隙内冰压力的理论解。刘泉声等<sup>[22]</sup>基于弹塑性力学及水冰相变理论,建立了考虑水分迁移下的冻胀力求解模型,并采用等效热膨胀系数法对裂隙应力场进行了数值模拟。从上述研究可以看出,对裂隙岩体冻胀力的研究主要集中于通过理论推导的方法提出冻胀力演化模型,计算过程复杂;另外,通过试验方法也很难测得冻胀力,试验设备存在精度不够及误差大等问题<sup>[15]</sup>。借助计算机程序的方法,使冻结过程冻胀力求解简单化的报道还比较少见。

本文考虑冻结过程中水分迁移及未冻水含量存在的现象,基于弹性力学以及水冰质量守恒关系建立了单一裂隙冻胀力求解模型;结合有效体积膨胀系数,利用MATLAB平台编制程序,采用扩展有限元方法(extended finite element method, XFEM)得到冻胀过程中裂隙内冻胀力的演化规律,通过与已有研究结果对比验证了本方法的正确性,并分析了岩石物理参数及裂隙形状对冻胀力发展的影响。本文数值方法避免了繁琐的理论求解过程,在得知岩体和冰物理力学参数及裂隙几何形态后就可数值计算出冻结过程中裂隙内冻胀力的

变化规律;而且也解决了由于试验条件以及试验设备不精确冻胀力难以测得的问题,为裂隙内冻胀力的预测提供了新方法。研究成果也加深了对裂隙岩体冻胀破坏机制的认识,可为相关研究提供参考和借鉴。

## 1 单裂隙岩体冻胀理论模型

### 1.1 基本假设

为探究水冰相变引起的裂隙中冻胀力的演化规律,需作如下假设:①岩石基质及冰体均为均质各向同性弹性介质,裂隙内水不可压缩;②考虑冰岩接触面上未冻水膜的存在,不考虑冰岩接触面的摩擦力,冻胀力沿裂隙壁面均匀分布;③冻胀过程中,裂隙形状保持椭圆形不变(图1);④不考虑外界温度变化引起的岩体应力和变形。

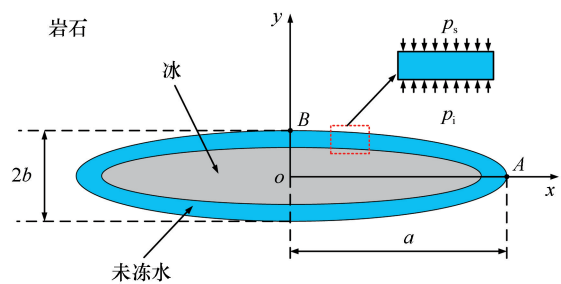


图1 冻胀力求解理论模型<sup>[23]</sup>

Fig. 1 Theoretical model for frost heaving pressure solution<sup>[23]</sup>

### 1.2 质量守恒方程

裂隙水冻结过程中,水冰质量守恒,即

$$V_i \rho_i^c = \rho_w (V_0 + Q) (1 - \chi) \quad (1)$$

式中:  $V_i$  为冻结后裂隙体积;  $\rho_i^c$  为冻结后裂隙冰密度;  $\rho_w$  为水的密度;  $V_0$  为冻结前裂隙体积;  $Q$  为冻结过程中水分迁移量;  $\chi$  为未冻水含量。

引入有效体积膨胀系数  $\beta_e$ , 定义  $\zeta$  为水分迁移比, 则式(1)可写为

$$V_i \rho_i^c = \rho_w \beta_e V_0 \quad (2)$$

式中:  $\beta_e = (1 + \zeta)(1 - \chi)$ ;  $\zeta = \frac{Q}{V_0}$ 。

冻结前裂隙体积为

$$V_0 = \pi a b \quad (3)$$

式中:  $a$  为裂隙长半轴长;  $b$  为裂隙短半轴长。

冻结完成后裂隙冰体受到裂隙壁的束缚作用,由弹性力学理论可知,在冻胀力  $p_i$  作用下冰的体应变为

$$\varepsilon_i^v = \frac{p_i}{k_i} \quad (4)$$

式中:  $k_i$  为冰的体积模量。

单位体积的冰在自由状态及束缚状态下其质量保持不变, 有

$$\rho_i^c(1 - \varepsilon_i^v) = \rho_i \quad (5)$$

式中:  $\rho_i$  为自由状态下冰的密度。

### 1.3 冻胀力作用下的裂隙变形

椭圆裂隙在内部冻胀力的作用下会发生变形, 冻结完成后裂隙的体积为

$$V_f = \pi(a + \Delta a)(b + \Delta b) \quad (6)$$

式中:  $\Delta a$ 、 $\Delta b$  分别为在冻胀力作用下裂隙长、短半轴的变化量。

对于椭圆形裂隙内部冻胀力作用下变形求解问题, 由弹性力学和复变函数理论<sup>[24]</sup>可得

$$\Delta a = \frac{p_i R}{2G_s} \left( 1 - \frac{3 - \nu_s}{1 + \nu_s} n \right) \quad (7)$$

$$\Delta b = \frac{p_i R}{2G_s} \left( 1 + \frac{3 - \nu_s}{1 + \nu_s} n \right) \quad (8)$$

式中:  $\nu_s$  为岩石的泊松比;  $G_s$  为岩石的剪切模量;  $R = (a + b)/2$ ;  $n = (a - b)/(a + b)$ 。

### 1.4 裂隙冻胀力解析解

考虑到冻胀力作用下裂隙变形量极小且远小于裂隙尺寸, 式(6)可表示为

$$V_f = \pi(ab + a\Delta b + b\Delta a) \quad (9)$$

将式(7)~(8)代入式(9)可得

$$V_f = \pi ab + \frac{\pi p_i R}{2G_s} \left[ a \left( 1 + \frac{3 - \nu_s}{1 + \nu_s} n \right) + b \left( 1 - \frac{3 - \nu_s}{1 + \nu_s} n \right) \right] \quad (10)$$

定义  $m = a/b$  为裂隙形状参数, 将式(10)代入式(2)可得

$$p_i = \frac{4k_i G_s (1 + \nu_s) (\beta_c - 1)}{k_i \left[ \left( m + \frac{1}{m} + 2 \right) (1 + \nu_s) + \left( m + \frac{1}{m} - 2 \right) (3 - \nu_s) \right] + 4\beta_c G_s (1 + \nu_s)} \quad (11)$$

由式(11)可知, 冻胀力与有效体积膨胀系数、岩石和冰的力学参数及裂隙的几何形状参数等有关。

## 2 单裂隙岩体冻胀力数值分析

### 2.1 数值计算方法

基于 MATLAB 平台编制程序, 采用 XFEM 数值计算冻胀过程中裂隙冻胀力大小, 基本假设同理论模型。计算控制方程如下:

(1) 体积膨胀耦合方程

冻结完成后, 裂隙内水冰相变膨胀体积为

$$\Delta V = (V_0 + Q)(1 - \chi) \quad (12)$$

因此, 在裂隙壁的束缚作用下, 实际冻结冰的体积为

$$V = (\pi ab + Q)(1 - \chi)(1 - \varepsilon_i^v) \quad (13)$$

根据式(3)~(4), 结合有效体积膨胀系数, 式(13)可表示为

$$V = \beta_c \pi ab \left( 1 - \frac{p_i}{k_i} \right) \quad (14)$$

考虑到低温冻结过程中裂隙中未冻水含量及水分迁移量测量的困难性<sup>[25]</sup>, 刘泉声等<sup>[22]</sup>、Tan 等<sup>[23]</sup>采用有效体积膨胀系数的方法推导了椭圆形裂隙内冻胀力的解析解。Bost 等<sup>[26]</sup>对预制裂隙立方体石灰岩试样进行了冻融试验, 发现冻胀力在冻结过程中呈指数形式演化。Huang 等<sup>[27]</sup>根据 Bost 等<sup>[26]</sup>的试验结果, 采用指数形式拟合的有效体积膨胀系数推导了椭圆形裂隙冻胀过程中冻胀力演化规律。本文考虑冻结过程中未冻水含量及水分迁移, 有效体积膨胀系数采用

$$\beta_c = s(1 - e^{-qt}) \quad (15)$$

式中:  $s$  和  $q$  分别为表示冻胀程度和冻胀快慢的两个量。

(2) 平衡方程

裂隙岩体冻胀过程中平衡方程为

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = 0 \quad (16)$$

式中:  $\boldsymbol{\sigma}$  为总应力张量;  $\mathbf{g}$  为重力加速度向量。

(3) 扩展有限元位移模式

裂隙变形计算采用 XFEM, 其位移模式<sup>[28]</sup>为

$$\mathbf{u} = \sum_{i \in \mathbf{N}'} N_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i + \sum_{i \in \mathbf{N}^k} \bar{N}_i(\mathbf{x}) [H(\mathbf{x}) - H(\mathbf{x}_i)] \mathbf{a}_i + \sum_{i \in \mathbf{N}^{ip}} \bar{N}_i(\mathbf{x}) \sum_j [B_j(\mathbf{x}) - B_j(\mathbf{x}_i)] \mathbf{b}_j^i \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{N}'$  为离散区域内所有结点集;  $\mathbf{N}^k$  为形函数支撑域完全被裂纹切割的结点集;  $\mathbf{N}^{ip}$  为形函数支撑域含裂尖结点集;  $\bar{N}_i(\mathbf{x})$  为单位分解函数;  $H(\mathbf{x})$  为 Heaviside 函数;  $\mathbf{a}_i$  为结点  $i$  的加强变量;  $\mathbf{b}_j^i$  为结点加强变量;  $B_j(\mathbf{x})$  为裂尖分支函数。

### 2.2 数值计算流程

裂隙内水冻结成冰是一个逐渐进行的过程, 因此裂隙内冻胀力也随时间逐渐增大。为了得到冻胀力随时间的演化规律, 采用迭代法进行求解。

本文基于 MATLAB 2014a 平台开发了裂隙内冻胀力演化的分析程序, 程序框架见图2。从图中可以看出, 在得到体积增量  $\Delta V_1$  和  $\Delta V_2$  后, 比较两者大小, 如果不在误差允许范围之内则根据下式进行



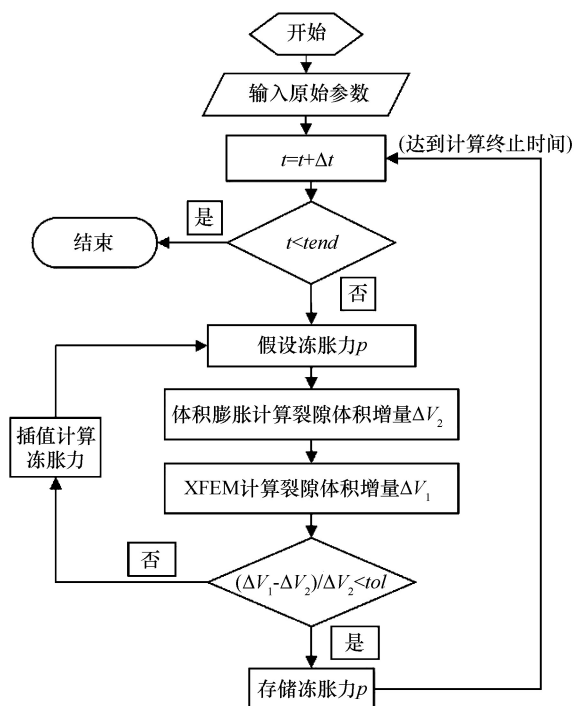


图2 数值计算程序

Fig. 2 Numerical calculation program

冻胀力插值计算,直到计算误差达到允许值,然后存储这一时刻冻胀力。随着冻结时间的增加,重复上述步骤可得到冻胀力随时间的演化关系。

$$p_{i+1}^t = \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} p_i^t \quad (18)$$

### 2.3 数值模型验证

针对平面椭圆形裂隙,模型取为0.6 m(长)×0.6 m(宽)。为了验证数值模型的正确性及对冻胀过程中冻胀力的演化规律进行分析,裂隙长轴取 $a=75$  mm,  $a/b$ 取75,模型采用四边形单元(图3)。岩石物理力学参数取自Bost等<sup>[26]</sup>所用岩样(表1)。

表1 模型力学参数取值<sup>[26]</sup>Table 1 Mechanical parameters of the model<sup>[26]</sup>

参数	冰	石灰岩
弹性模量/MPa	600	64 900
泊松比	0.35	0.34
密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	920	2 460

冻结过程中有效体积膨胀系数采用式(15),  $s$ 和 $q$ 采用Bost等<sup>[26]</sup>的试验结果参数,拟合可得到 $s=1.33$ ,  $q=-1.0284$ 。

通过本文数值方法可以得到裂隙冻胀过程中冻胀力的演化规律,看到数值计算结果与Bost等<sup>[26]</sup>

试验结果吻合很好,验证了本文数值方法的正确性。将计算参数代入式(11)可得到冻胀力演化解析解,可以看出冻结过程中裂隙冻胀力数值解与解析解吻合较好(图4)。

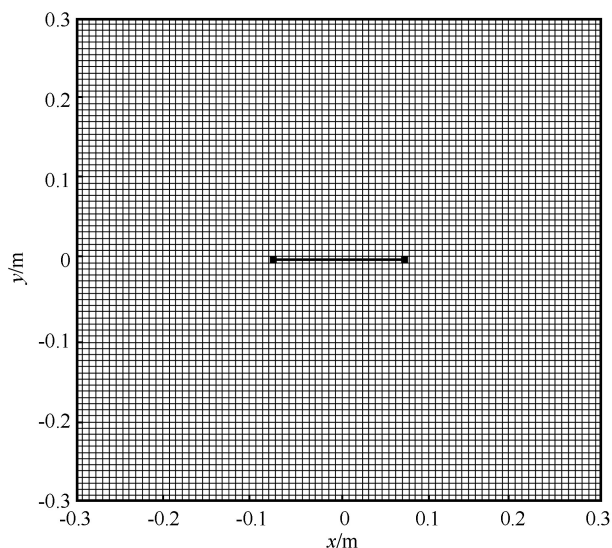


图3 裂隙冻胀力数值计算模型

Fig. 3 Numerical calculation model of frost heaving pressure in fractured rock

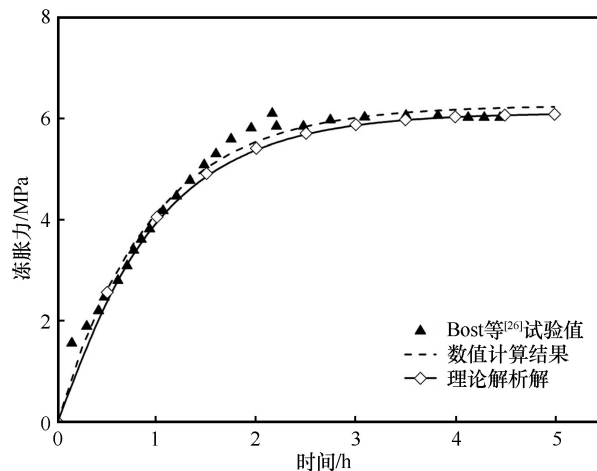


图4 裂隙冻胀力数值、试验结果及解析解

Fig. 4 Numerical and experimental results, and analytical solution of frost heaving pressure in fractured rock

### 2.4 冻胀力作用下裂隙尖端应力场分析

裂隙在内部冻胀力的作用下,裂隙尖端附近会出现明显的应力集中现象,远离裂隙处应力明显减小,即冻胀力的影响也越小;随着冻结进行,裂隙体积增大,说明冻胀力作用下裂隙发生了变形(图5)。由断裂力学可知,冻胀力下裂隙尖端应力场的理论解在极坐标下可表示为

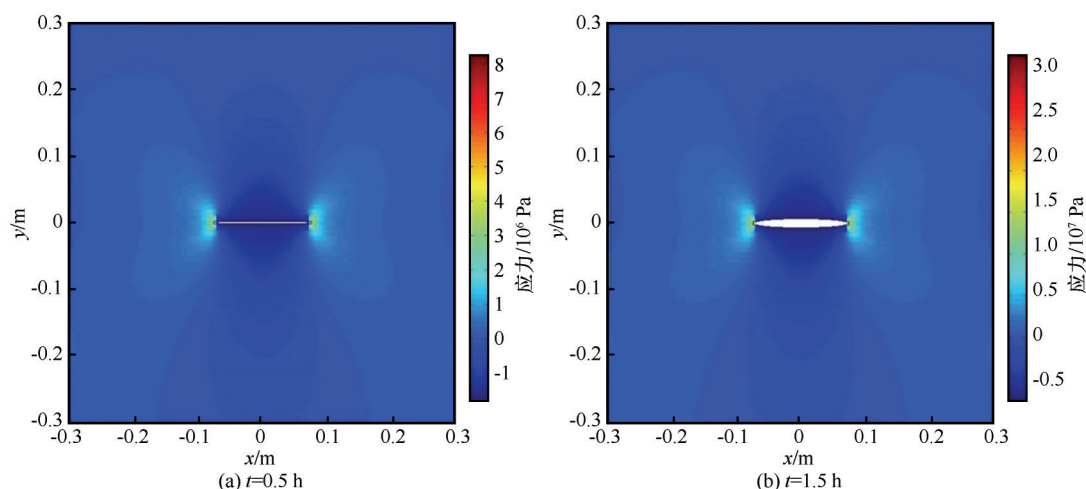


图5 不同时刻应力场分布云图

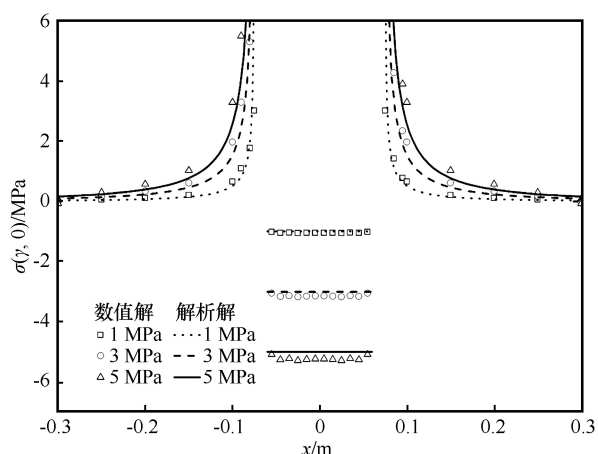
Fig. 5 Cloud pictures of stress field distribution at  $t=0.5$  h (a) and  $t=1.5$  h (b)

$$\sigma(r, 0) = \begin{cases} -\sigma_f & (r \leq a) \\ \frac{\sigma_f r}{\sqrt{r^2 - a^2}} - \sigma_f & (r > a) \end{cases} \quad (19)$$

$$\tau(r, 0) = 0 \quad (0 \leq r < \infty) \quad (20)$$

式中： $r$ 和 $\theta$ 为裂隙尖端附近计算点的极坐标。

利用上式及本文数值计算方法可得到裂隙尖端应力场曲线的解析解和数值解(图6)。可见,在不同的冻胀力作用下,裂隙尖端应力解析解与数值解均吻合较好,尖端附近都有应力集中现象;裂隙内部冰中的应力场分布数值解与解析解符合较好,说明考虑未冻水含量及水分迁移时有效体积膨胀系数准确,再次验证了本文数值方法的有效性。

图6  $\sigma(r, 0)$ 数值解与解析解Fig. 6 Numerical and analytical solutions of  $\sigma(r, 0)$ 

### 3 冻胀力影响因素分析

裂隙内水冰相变是产生冻胀力的先决条件。冻胀力的大小受外界因素和内部因素的影响,外界

因素包括冻结时间及冻结水分迁移等,内部因素包括岩石力学性质以及裂隙面几何形状特性等<sup>[29]</sup>。岩石对裂隙内冻胀力的影响主要体现在其对裂隙水体积膨胀的约束上,即约束力越大冻胀力就越大。而这种约束力与岩体的力学性质有关,弹性模量就能很好体现这一性质。因此,本文在考虑外部因素影响的前提下,通过分析岩石的弹性模量及裂隙形状特性对影响冻胀力的因素进行研究。

#### 3.1 岩石弹性模量对冻胀力的影响

考虑到岩石的力学参数对冻胀力发展的影响,本文选取常见岩石的弹性模型数值对冻胀力进行分析(图7)。

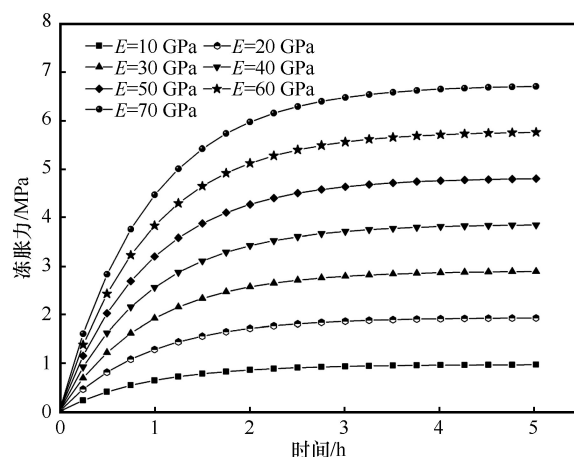


图7 不同弹性模量下冻胀力变化

Fig. 7 Variation of frost heaving pressure with time for various elasticity modulus of rock

可见,岩石弹性模量对冻胀力变化的影响主要体现在:①岩石弹性模量越大,在冻胀初期裂隙内

冻胀力增长越快, 相同冻结阶段内冻胀力越大; ②随着冻胀的进行, 冻胀力最终都趋向于定值, 弹性模量决定着最终冻胀力的大小。上述结论也符合实际工程中软岩裂隙中的冻胀力远小于硬岩裂隙的情况。

### 3.2 裂隙形状参数对冻胀力的影响

裂隙几何形状对冻胀力的演化有很大影响, Tharp<sup>[30]</sup>指出在高宽比大于 0.01 的裂隙中冻胀力影响比较明显, 在宽裂隙中冰会发生塑性流动, 不会产生有效冻胀力。冻胀计算模型从最初的简化圆形裂隙模型, 逐渐发展到现在普遍采用的椭圆形裂隙<sup>[25, 31]</sup>。本文通过数值计算不同裂隙形状参数  $m$  下的冻胀力演化规律, 来分析裂隙形状对冻胀力发展的影响程度。

可以看出, 冻胀力在  $m=20$  时非常大, 达到了 22.87 MPa; 当  $m=30$  时, 冻胀力达到 15.39 MPa。随着  $m$  的增加, 当  $m=40$ 、60、80 时, 最终冻胀力分别为 11.60 MPa、7.78 MPa、5.84 MPa, 冻胀力呈现出明显的递减趋势(图 8)。通常情况下, 岩石的抗拉强度小于 10 MPa, 因此当  $m$  比较小时, 冻胀力足够使裂隙发生扩展破坏。同时, 也可以得出  $m$  越大及裂隙横向尺寸越大时, 裂隙内冻胀力数值越小, 越不容易发生破坏, 说明裂隙形状是裂隙岩体冻胀破坏的重要因素。

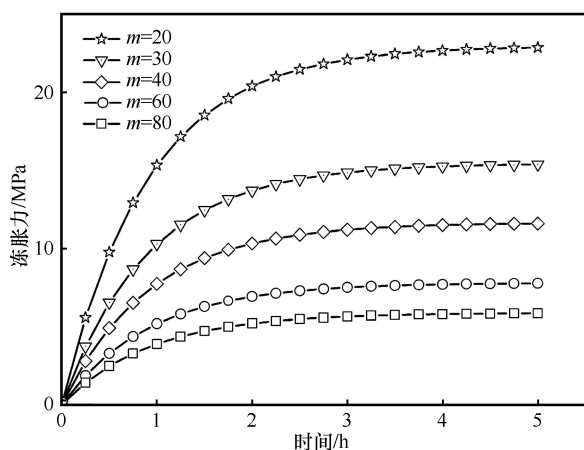


图 8 不同裂隙形状参数下的冻胀力变化

Fig. 8 Variation of frost heaving pressure with time for various fracture shape parameter  $m$

## 4 结论

裂隙水冰相变产生冻胀力是导致寒区裂隙岩体工程破坏的主要原因, 但冻胀破坏是一个涉及多场耦合及相变膨胀的问题, 而且裂隙内冻胀力理论

和试验研究也存在很大不足<sup>[32]</sup>。此外, 关于裂隙内冻胀力的求解都比较繁琐, 数值仿真简化求解的研究也较少。本文基于已有研究, 通过数值计算方法研究了裂隙内冻胀力的演化规律, 但只针对单裂隙冻融破裂前, 后续工作可以在本文基础上建立裂隙岩体多场耦合冻胀破坏模型, 进一步实现冻融破坏过程及多裂纹冻融破坏的模拟。主要结论如下:

(1) 考虑裂隙中未冻水含量及水分迁移的影响, 建立椭圆形单裂隙冻胀力计算模型, 结果表明裂隙冻胀力受有效体积膨胀系数、岩石和冰物理参数以及裂隙形状等因素影响。

(2) 基于水冰相变体积膨胀耦合关系, 采用考虑裂隙内未冻水含量及水分迁移时有效体积膨胀系数的计算方法, 得到裂隙内冻胀力的变化规律。本文数值方法避免了复杂的理论求解过程, 通过将数值结果及理论结果与其他学者试验结果进行对比, 发现本文数值方法计算结果与理论解及试验结果吻合较好, 为弥补试验方法测试冻胀力的不足提供了新的方法; 且对裂尖应力场进行了分析, 并与解析解进行了对比, 结果吻合较好, 验证了数值方法的正确性。

(3) 通过计算不同岩石弹性模量和裂隙形状参数情况下的冻胀力演化规律, 得出岩石弹性模型和裂隙几何形状是影响水冰裂隙内冻胀力发展的两个决定性因素, 对冻胀力的演化影响很大。

## 参考文献 (References):

- [1] Luo Yanbin. Study on frost damage grades and its prevention and control technologies in cold region tunnel [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2010. [罗彦斌. 寒区隧道冻害等级划分及防治技术研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2010.]
- [2] Lu Yani, Li Xiping, Wu Xinghong. Failure modes of fractured rock masses under freeze-thaw action and load [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2017, 39(2): 351–357. [路亚妮, 李新平, 吴兴宏. 单轴压缩条件下裂隙岩样冻融损伤破坏模式分析[J]. 冰川冻土, 2017, 39(2): 351–357.]
- [3] Liu Quansheng, Huang Shibing, Kang Yongshui, et al. Preliminary study of frost heave pressure and its influence on crack and deterioration mechanisms of rock mass [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(6): 1530–1541. [刘泉声, 黄诗冰, 康永水, 等. 裂隙冻胀压力及对岩体造成的劣化机制初步研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(6): 1530–1541.]
- [4] Draebing D, Krautblatter M, Hoffmann T. Thermo-cryogenic controls of fracture kinematics in permafrost rockwalls [J]. Geophysical Research Letters, 2017, 44(8): 3535–3544.
- [5] Matsuoka N. The rate of bedrock weathering by frost action: field measurements and a predictive model [J]. Earth Surface Processes and Landforms, 1990, 15(1): 73–90.
- [6] Zhang Huimei, Yang Gengshe. Research on damage model of rock under coupling action of freeze-thaw and load [J]. Chinese



- Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(3): 471–476. [张慧梅, 杨更社. 冻融与荷载耦合作用下岩石损伤模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 471–476.]
- [7] Jia Hailiang, Liu Qingbing, Xiang Wei, et al. Damage evolution model of saturated sandstone under freeze-thaw cycles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(Suppl 2): 3049–3055. [贾海梁, 刘清秉, 项伟, 等. 冻融循环作用下饱和砂岩损伤扩展模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增刊2): 3049–3055.]
- [8] Liu Hua, Niu Fujun, Xu Zhiying, et al. Acoustic experimental study of two types of rock from the Tibetan Plateau under the condition of freeze-thaw cycles[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2011, 33(3): 557–563. [刘华, 牛富俊, 徐志英, 等. 循环冻融条件下安山岩和花岗岩的物理力学特性试验研究[J]. 冰川冻土, 2011, 33(3): 557–563.]
- [9] Li Jielin, Zhou Keping, Zhang Yamin, et al. Experimental study of rock porous structure damage characteristics under condition of freezing-thawing cycles based on nuclear magnetic resonance technique[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(6): 1208–1214. [李杰林, 周科平, 张亚民, 等. 基于核磁共振技术的岩石孔隙结构冻融损伤试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(6): 1208–1214.]
- [10] Yang Gengshe, Zhang Quansheng, Pu Yibin. CT scanning test of meso-damage propagation of rock under different freezing temperature[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2004, 24(6): 40–46. [杨更社, 张全胜, 蒲毅彬. 冻结温度下岩石细观损伤演化CT扫描[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2004, 24(6): 40–46.]
- [11] Yang Gengshe, Zhang Quansheng, Ren Jianxi, et al. Study on the effect of freezing rate on the damage CT values of Tongchuan sandstone[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(24): 4099–4104. [杨更社, 张全胜, 任建喜, 等. 冻结速度对铜川砂岩损伤CT数变化规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(24): 4099–4104.]
- [12] Zhou Keping, Li Jielin, Xu Yujuan, et al. Experimental study of NMR characteristics in rock under freezing and thawing cycles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 731–737. [周科平, 李杰林, 许玉娟, 等. 冻融循环条件下岩石核磁共振特性的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 731–737.]
- [13] Liu Hongyan, Yuan Xiaoping, Xie Tiancheng. A damage model for frost heaving pressure in circular rock tunnel under freezing-thawing cycles[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2019, 83: 401–408.
- [14] Lü Zhitao, Xia Caichu, Li Qiang, et al. Frost heave experiments on saturated sandstone under unidirectional freezing condition in an open system and the coupled THM frost heave model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(1): 1–10. [吕志涛, 夏才初, 李强, 等. 单向冻结时开放条件下饱和砂岩冻胀试验及THM耦合冻胀模型[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(1): 1–10.]
- [15] Liu Quansheng, Huang Shibing, Kang Yongshui, et al. Advance and review on freezing-thawing damage of fractured rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(3): 452–471. [刘泉声, 黄诗冰, 康永水, 等. 裂隙岩体冻融损伤研究进展与思考[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(3): 452–471.]
- [16] Yan Xidong, Liu Hongyan, Xing Chuangfeng, et al. Constitutive model research on freezing-thawing damage of rock based on deformation and propagation of microcracks[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(12): 3489–3499. [阎锡东, 刘红岩, 邢闯峰, 等. 基于微裂隙变形与扩展的岩石冻融损伤本构模型研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(12): 3489–3499.]
- [17] Li Xinping, Lu Yani, Wang Yangjun. Research on damage model of single jointed rock masses under coupling action of freeze-thaw and loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(11): 2307–2315. [李新平, 路亚妮, 王仰君. 冻融荷载耦合作用下单裂隙岩体损伤模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(11): 2307–2315.]
- [18] Liu Yanzhang, Guo Yunlin, Huang Shibing, et al. Study of fracture characteristics and strength loss of crack quasi-sandstone under freeze-thaw cycles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(Suppl 2): 62–71. [刘艳章, 郭贻林, 黄诗冰, 等. 冻融作用下裂隙类砂岩断裂特征与强度损失研究[J]. 岩土力学, 2018, 39(增刊2): 62–71.]
- [19] Kang Yongshui, Liu Quansheng, Liu Xiaoyan, et al. Theoretical and numerical studies of crack initiation and propagation in rock masses under freezing pressure and far-field stress[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2014, 6(5): 466–476.
- [20] Mu Jianqiao, Pei Xiangjun, Huang Runqiu, et al. Degradation characteristics of shear strength of joints in three rock types due to cyclic freezing and thawing[J]. Cold Regions Science and Technology, 2017, 138: 91–97.
- [21] Jia Hailiang, Leith K, Krautblatter M. Path-dependent frost-wedging experiments in fractured, low-permeability granite[J]. Permafrost and Periglacial Processes, 2017, 28: 698–709.
- [22] Liu Quansheng, Huang Shibing, Kang Yongshui, et al. Numerical and theoretical studies on frost heaving pressure in a single fracture of frozen rock mass under low temperature[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(9): 1572–1580. [刘泉声, 黄诗冰, 康永水, 等. 低温冻结岩体单裂隙冻胀力与数值计算研究[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(9): 1572–1580.]
- [23] Tan Xianjun, Chen Weizhong, Liu Hongyuan, et al. A unified model for frost heave pressure in the rock with a penny-shaped fracture during freezing[J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, 153: 1–9.
- [24] Muskhelishvili N I. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity [M]. 2nd ed. Leyden, the Netherlands: Noordhoff International Publishing, 1977.
- [25] Walder J, Hallet B. A theoretical model of the fracture of rock during freezing[J]. Geological Society of America Bulletin, 1985, 96(3): 336–346.
- [26] Bost M, Pouya A. Stress generated by the freeze-thaw process in open cracks of rock walls: empirical model for tight limestone[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2017, 76(4): 1491–1505.
- [27] Huang Shibing, Liu Quansheng, Liu Yanzhang, et al. Frost heaving and frost cracking of elliptical cavities (fractures) in low permeability rock[J]. Engineering Geology, 2018, 234: 1–10.
- [28] Yu Tiantang. The extended finite element method-theory, application and program [M]. Beijing: Science Press, 2014: 31–45. [余天堂. 扩展有限单元法: 理论、应用及程序[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 31–45.]
- [29] Liu Quansheng, Kang Yongshui, Liu Xiaoyan. Analysis of stress field and coupled thermo-mechanical simulation of single-fracture freeze rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(2): 217–225. [刘泉

- 声, 康永水, 刘小燕. 冻结岩体单裂隙应力场分析及热-力耦合模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(2): 217 – 225. ]
- [30] Tharp T M. Conditions for crack propagation by frost wedging [J]. Geological Society of America Bulletin, 1987, 99(1): 94 – 102.
- [31] Vlahou I, Worster M G. Ice growth in a spherical cavity of a porous medium [J]. Journal of Glaciology, 2010, 56(196): 271 – 277.
- [32] Shen Yanjun, Yang Gengshe, Wang Ting, et al. Evaluation of frost heave force models of pore/fissure in rock and their applicability [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2019, 41(1): 117 – 128. [申艳军, 杨更社, 王婷, 等. 岩石内孔隙/裂隙冻胀力模型及其适用性评价[J]. 冰川冻土, 2019, 41(1): 117 – 128. ]

## Theoretical and numerical studies on frost heaving pressure in fractured rock based on extended finite element method

MA Wei<sup>1,2</sup>, TAN Xianjun<sup>1</sup>, CHEN Weizhong<sup>1,3</sup>, ZHOU Yun<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Geotechnical and Structural Engineering Research Center, Shandong University, Jinan 250061, China)

**Abstract:** In order to study the frost heaving pressure in fractured rock in cold regions, based on the elastic mechanics and phase transition theory, an analytical model for frost heaving pressure in a single fracture is established considering water migration and the content of unfrozen water; the evolution of frost heaving pressure in a single fracture is obtained by using the extended finite element method (XFEM) based on MATLAB program. The frost heaving pressure is also calculated by the method of effective coefficient of volume expansion and the result is in good agreement with the analytical solution and the other experimental results. Then the crack-tip stress is analyzed and the results are also in good agreement with the theoretical values, which validates the reliability of this numerical method. Finally, it found that the elastic module and the shape characteristics of fracture are two crucial parameters to analyze the main influencing factors affecting the development of frost heaving pressure.

**Key words:** fractured rock; frost heaving pressure; water migration; effective coefficient of volume expansion

(责任编辑: 周成林; 编辑: 武俊杰)