

DOI:10.7522/j.issn.1000-0240.2022.0140

GONG Jiawei, WANG Zhengzhong, JIANG Haoyuan, et al. Mechanical model of frost heaving force in trapezoidal canal based on generalized Winkler elastic foundation beam theory[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2022, 44(5):1593-1605. [龚嘉玮, 王正中, 江浩源, 等. 基于广义 Winkler 弹性地基梁理论的梯形渠道冻胀力学模型[J]. 冰川冻土, 2022, 44(5):1593-1605.]

基于广义 Winkler 弹性地基梁理论的 梯形渠道冻胀力学模型

龚嘉玮¹, 王正中^{1,2}, 江浩源¹, 梁 爽¹, 郑艾磊¹, 陆立国³

(1. 西北农林科技大学旱区寒区水工程安全研究中心/旱区农业水土工程教育部重点实验室, 陕西 杨凌 712100; 2. 中国科学院西北生态环境资源研究院 冻土工程国家重点实验室, 甘肃 兰州 730000; 3. 宁夏回族自治区水利科学研究院, 宁夏 银川 750021)

摘 要: 寒区渠道衬砌冻胀破坏现象普遍, 而渠道的防冻工程设计大多依赖工程实践经验和定性认识, 具有一定的随意性和盲目性, 对衬砌结构所受的冻胀力计算缺乏简明、合理的方法。考虑冻土与衬砌的相互作用和冻土地基的连续性, 基于广义 Winkler 地基梁理论并结合有限差分法, 推导了渠道衬砌板冻胀挠曲线微分方程, 建立了梯形渠道冻胀力学模型, 给出了衬砌渠道法向冻胀力及切向冻胀力的计算方法。同时, 考虑渠道衬砌冻胀破坏的极限承载力以及冻胀过程中坡脚上抬位移对实际冻胀力的削减和释放效应, 避免了冻胀力及衬砌结构内力计算值过大。为验证模型的合理性, 以甘肃省靖会总干渠梯形渠道为研究对象, 对其进行冻胀破坏计算。结果表明: 模型由于考虑了衬砌结构与冻土间的相互作用, 渠道衬砌板法向冻胀力呈非线性分布, 修正了工程力学模型线性分布假设; 与工程力学模型相比, 冻胀力数值在坡脚处增大、跨中减小、底板上增大, 计算结果更符合工程实际。研究提出的冻胀力学模型科学合理, 简便快捷, 具有更好的通用性, 可为寒区渠道的抗冻胀设计提供参考。

关键词: 渠道; 冻胀; 力学模型; 广义 Winkler 地基梁; 有限差分法

中图分类号: TV91; P642.14 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-0240(2022)05-1593-13

0 引言

渠道作为输水系统的重要组成部分, 在我国灌区建设和调水工程中发挥着重要的作用。而修建于寒区的衬砌渠道由于抗拉强度较低、适应冻胀变形能力较差, 时常发生开裂、错动、鼓胀、脱空乃至整体滑塌等冻害现象, 导致其渗漏损失严重, 工程运行维护成本高, 进而威胁水资源的高效利用和输水工程效益的发挥^[1-2]。

针对寒区渠道的防冻胀设计, 现行规范中仅给出了根据渠道规模和土体冻胀级别来进行渠道结构的选型以及确定衬砌结构的允许冻胀位移, 然而最为关键的寒区渠道冻胀破坏计算方法并未给出, 无法量化确定渠道断面尺寸。现阶段渠道断面设

计仍以经验为主, 这是寒区渠道发生冻胀破坏的原因之一。因此, 结合渠道的冻胀破坏特征, 建立渠道冻胀破坏计算方法是进行渠道防冻胀设计和安全校核的重要手段。现阶段, 基于冻土水-热-力耦合理论建立的渠道冻胀数值模型应用较多^[3-7], 计算结果较为准确, 但由于其复杂的理论方程、边界条件和繁琐的分析过程而不利于设计人员应用。因此工程中仍需要更加简捷、实用且便于推广应用的的方法。在此基础上, 简化而来的工程力学模型, 物理意义明确, 计算精度基本满足工程要求, 简单实用。王正中^等^[8-9]简化衬砌板为承受冻土的法向冻胀力、切向冻胀力及衬砌板间相互约束的简支梁, 首次提出并建立了梯形及弧底梯形渠道的冻胀力

收稿日期: 2021-11-26; 修订日期: 2022-09-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(U2003108; 51279168); 国家重点研发计划“水资源高效开发利用”重点专项(2017YFC0405103); 冻土工程国家重点实验室开放基金项目(SKLFSE201801); 陕西省水利发展资金科研项目(2021slkj-1)资助

作者简介: 龚嘉玮, 硕士研究生, 主要从事渠道冻胀研究. E-mail: 1376064708@qq.com

通信作者: 王正中, 教授, 主要从事水工结构工程及冻土工程学科教学与科研工作. E-mail: wangzz0910@163.com

学模型,为渠道抗冻胀设计奠定了理论基础。余书超等^[10]研究了刚性衬砌板与冻土的相互约束关系,提出刚性渠道衬砌板的内力计算方法。宋玲等^[11]利用结构力学方法提出了一种冻胀力计算方法。申向东等^[12]基于工程力学,首次提出并建立了预制板衬砌梯形渠道冻胀破坏力学模型。但上述工程力学模型仅能反映渠道冻胀的静力平衡关系,且均未考虑冻土与衬砌板的变形协调及相互作用,而 Winkler 弹性地基梁理论可弥补其缺点。

Winkler 弹性地基梁模型将基础简化为离散的线性弹簧,已成为计算地基与结构间相互作用的基本力学模型。如 Franza 等^[13]基于 Winkler 的两阶段分析方法对隧道-桩-结构相互作用进行了弹性研究。随后, Winkler 弹性地基梁被广泛应用于以冻土为基础的寒区工程中。Rajani 等^[14]开发了 Winkler 数值模型用于评估输油管道对基土冻胀的响应。Selvadural 等^[15]基于 Winkler 理论分析了土壤中与地下管线之间的挠曲相互作用。肖旻等^[16]结合木下诚一法,首次以 Winkler 弹性地基梁理论为基础,建立了梯形渠道冻胀破坏模型。李宗利等^[17]将渠基土等效为一组相互独立的弹簧,从基础沉降角度建立了梯形渠道冻胀破坏弹性地基梁模型。由此可见,传统弹性地基梁模型已被改进并适用于地基冻胀问题,反映冻土-结构间的相互作用与变形协调。但已有渠道冻胀弹性地基模型的研究未考虑渠道衬砌冻胀破坏的极限承载力以及冻胀过程中坡脚上抬位移对实际冻胀力的影响,冻胀力及衬砌结构内力计算值过大。

综上所述,渠道冻胀工程力学模型中法向冻胀力的线性分布规律是在假定条件下建立的,未考虑冻土与衬砌板的变形协调及相互作用,从而造成较大的计算误差,与实际情况有所不符。同时,对于以往的渠道冻胀弹性地基模型而言,其将冻土地基简化为一个个独立的法向弹簧,忽略了渠基土的连续性且未考虑渠道衬砌板冻胀破坏的极限应力状态以及冻胀过程中坡脚上抬位移对实际冻胀力的削减,忽略了衬砌板塑性破坏所导致的内力释放,继而引起计算结果偏大,不符合工程实际;此外,传统方法的计算求解过程较为复杂,不便于工程技术人员使用,难以在实际工程推广应用。针对上述问题,本文以广义 Winkler 地基梁理论为基础,考虑冻土与衬砌板的相互作用机理及冻土地基的连续性,建立渠道衬砌板冻胀挠曲线方程;结合有限差分法

推导渠道衬砌板冻胀挠曲线差分方程,进而建立现浇梯形渠道衬砌冻胀力学模型。探究衬砌板在应力极限状态下渠道冻胀弹性地基模型与工程力学模型计算结果上的差异,揭示渠道衬砌法向冻胀力分布规律,为寒区衬砌渠道的抗冻胀设计提供科学依据与方法。

1 渠道衬砌冻胀弹性地基梁模型的构建

渠道衬砌与渠基冻土间存在相互作用,其作用过程可采用弹性地基梁模型进行概化。由文献[16-17]可知,相关学者基于 Winkler 弹性地基理论,考虑冻土与衬砌之间的相互作用,建立了梯形衬砌渠道冻胀破力学模型,并结合工程实践和试验验证了弹性地基模型的有效性。本文为便于工程计算,在其基础上考虑切向冻胀力及坡脚冻胀位移的影响并加以改进,研究衬砌板在发生冻胀破坏的极限平衡状态下的应力、位移。

当渠道衬砌板与冻土相互作用产生变形时,会使衬砌板所承受的冻胀力得到释放,得到实际冻胀力 $p(x)$ 。如图 1 所示,为方便计算,将其冻胀力结果视为渠道衬砌未变形时所承受的初始荷载 $q(x)$ 与冻胀变形所释放的荷载 $q_c(x)$ 的叠加。而以往工程力学模型假设渠道衬砌板的法向冻胀力沿板长线性分布(虚线荷载所示),未考虑渠道衬砌与冻土间存在相互作用,其结果 $p(x)$ 等于线性分布的初始荷载 $q(x)$,忽略了衬砌变形所释放的荷载。

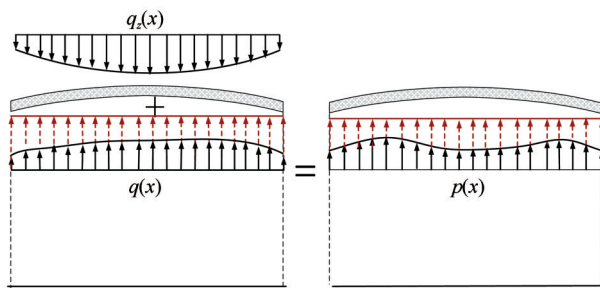


图1 冻土与衬砌相互作用示意图

Fig. 1 Schematic diagram of interaction between frozen soil and lining

同时,普通的 Winkler 地基梁模型不能考虑冻土地基连续性,忽略了地基土中的剪应力,认为地基变形不影响相邻地基上部衬砌结构受力[图 2(a)].为弥补其不足,本文考虑基础底面的尺寸效应及相邻地基对基床刚度和接触压力分布特性的影响,采用广义 Winkler 地基梁模型^[18]反映结构与

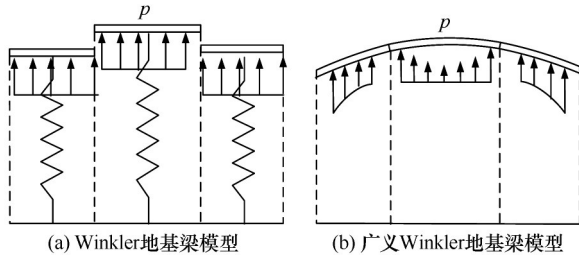


图2 Winkler地基梁与广义Winkler地基梁模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of Winkler foundation beam and generalized Winkler foundation beam models

地基及相邻地基间的实际相互作用,如[图2(b)].即将渠基冻土视为广义 Winkler 地基,渠道衬砌视为放置在广义 Winkler 地基上的连续梁。

1.1 基本假设

渠道冻胀因各地土体物理特性、水分迁移和相变等复杂因素的不同而存在显著差异^[19]。对于某指定区域的渠道而言,该区域的气象条件、土壤力学性质等影响因素基本相同。地下水浅埋时,其水分补给强度是决定渠道计算截面点冻胀率的主要因素;地下水深埋时,土壤冻前平均含水量是决定渠道计算截面点冻胀率的主要因素。结合上述分析及已有研究成果^[8-10],通过合理假设,对渠道冻胀进行简化处理,以建立简单实用、符合渠道受力特点的力学模型。基本约定和假设如下:

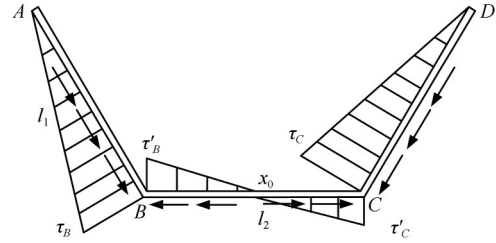
①因冬季漫长,渠基土冻结速率缓慢,可将土体冻结过程视为准静态过程。渠道衬砌在承受荷载的过程中始终处于平衡状态,当发生冻胀破坏时则处于极限平衡状态。

②混凝土衬砌属各向同性 Euler-Berniulli 梁范畴,其变形满足平面应变假定;视其为线弹性体,满足小变形假设,且忽略衬砌重力影响。

③将渠基冻土等效为广义 Winkler 弹性地基,考虑渠基冻土间的连续性,反映土体与衬砌结构间的相互作用。

④坡板与底板连接处多为宽软纵缝填充,视二者连接方式为铰接,边坡衬砌板顶部视为自由边界。

⑤坡板:冻土与衬砌板间的切向冻胀力沿坡板线性分布,坡板顶部切向冻胀力为0,坡脚处最大^[8]。底板:根据层状弹性体系力学和以往研究^[20],渠道底板的切向冻胀力以 x_0 为分界点线性分布, $x_0 = \frac{F'_{Bx}}{F'_{Bx} + F'_{Cx}} l_2$, 其中 F'_{Bx} 、 F'_{Cx} 为底板坡脚水平约束力, l_2 为底板长度,其分布如图3所示。



注: l_1 为渠坡长度; l_2 为底板长度; τ_B 为坡板 B 点冻胀力强度值; τ_C 为坡板 C 点冻胀力强度值; τ'_B 为底板 B 点冻胀力强度值; τ'_C 为底板 C 点冻胀力强度值

图3 切向冻胀力示意图

Fig. 3 Schematic diagram of tangential freezing force (l_1 is length of the canal slope; l_2 is length of the bottom plate; τ_B is freezing force strength value at point B of the slope plate; τ_C is freezing force strength value at point C of the slope plate; τ'_B is freezing force strength value at point B of the bottom plate; τ'_C is freezing force strength value at point C of the bottom plate)

⑥与渠道衬砌板的长度相比,衬砌板的厚度很小,故忽略切向力冻胀力的弯矩及其影响。

1.2 衬砌板法向冻胀力计算

将渠基冻土等效为广义 Winkler 弹性地基,即衬砌结构各点的冻胀力大小仅由各点对应处的冻土特性和冻胀强度决定。研究表明^[21-23],当地下水位埋深较浅时,土体冻胀强度与地下水迁移和补给强度密切相关。冻土的冻胀率与地下水位埋深呈负相关关系。

$$\eta = \alpha_1 e^{-\beta_1 H_w} \quad (1)$$

式中: η 为冻胀率; H_w 为计算点至地下水位距离 (m); α_1 、 β_1 为与当地气候、土壤条件相关的系数,由试验数据拟合获得。

在地下水深埋且因渠道渗漏而导致渠道冻胀破坏的封闭情况下,冻土自由冻胀强度主要取决于冻深范围内土壤在冻前的平均含水量,并与之呈线性关系。

$$\eta = \alpha_2 (\theta - \beta_2 \theta_p) \quad (2)$$

式中: θ 为冻深范围内土层在冻结前 (日平均气温稳定高于 0°C 前或后 5 天内) 的平均含水量; θ_p 为土壤塑限含水量; α_2 、 β_2 为与当地气候、土壤条件相关的系数。

上述冻胀率计算公式基于我国新疆、甘肃、陕西等北方省区的大型现场冻胀试验^[21]分析所得,已综合考虑了土质、气候、土壤水分含量及水分迁移等因素的影响,从而使一系列影响因素转化为冻胀率的综合指标。故只要根据渠道的初始条件 (地下水位或者冻前含水量),再结合渠道几何要素、冻结

深度及土壤相关系数,便可求得渠道的冻胀率。

由此可得各点的自由冻胀量,为

$$w_0(x) = \eta(x)H \quad (3)$$

式中: $w_0(x)$ 为渠基冻土计算点的自由冻胀量(m); x 为渠基冻土计算点的坐标位置(m); H 为渠道的冻结深度(m)。温度会对渠道冻结深度产生影响,故冻结深度是与温度相关的函数($H \propto T$),温度边界条件转化为冻结深度,其具体计算可参考文献[24-25]。

将渠基冻土的自由冻胀量被衬砌完全约束,处于尚未变形状态,此时渠道衬砌所承受的冻胀力视为初始冻胀力 $q(x)$,方向向上,即

$$q(x) = k\eta(x)H \quad (4)$$

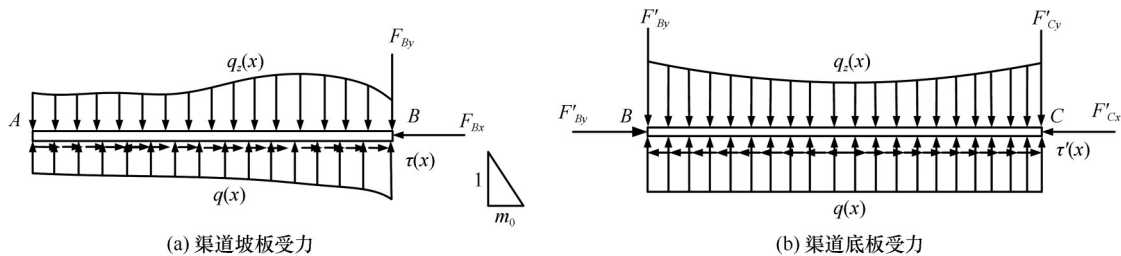
式中: k 为冻土地基基床系数($\text{kPa} \cdot \text{m}^{-1}$)^[26]。其值可查阅《冻土地区建筑地基基础设计规范》^[27]中的图 C. 1. 2-1、C. 1. 2-2,得到渠道坡板坡脚受到的初始冻胀力 $q(x)$ 。通过式(4)反算,可得到渠道衬砌法向地基系数 k 。

由于衬砌发生冻胀变形,导致其对渠基冻土的

约束程度减小,此为与冻胀变形成比例的附加荷载项 $q_z(x)$,方向向下,可反映衬砌与冻土间变形而导致的冻胀力荷载的释放;其与初始冻胀力 $q(x)$ 的差值即为衬砌板受到的实际法向冻胀力 $p(x)$,即

$$p(x) = q(x) - q_z(x) \quad (5)$$

综合上述分析,渠道衬砌板的计算如图4所示。初始冻胀力 $q(x)$ 的分布取决于各点的冻胀强度及冻深,其大小及分布可由式(4)求得。由于底板各点至地下水位距离相等或冻前含水量相同,其冻胀强度和冻结深度沿板长不变,作用在渠道底板上的初始冻胀力 $q(x)$ 为均布荷载;坡板因各点至地下水位距离不等或冻前含水量不同,其冻胀强度和冻结深度随板长变化,分布呈非线性。冻土与衬砌板变形协调所产生的附加荷载 $q_z(x)$ 的分布无法确定,需结合模型最终所得衬砌板变形量 $w(x)$ 和式(10)计算给出。因此,衬砌板受到的实际法向冻胀力 $p(x)$ 的分布不能率先确定,是考虑变形协调计算的结果,从而弥补工程力学模型率先假定法向冻胀力线性分布与实际有所不符的缺点。



注: B、C 端为坡脚, A 端为坡顶; m_0 为边坡系数

图4 梯形渠道冻胀力示意图

Fig. 4 Schematic diagram of frost heaving force in trapezoidal canal (Ends B and C are toes of the slope, end A is top of the slope; m_0 is slope coefficient)

如图4所示,坡板在约束力 F_{By} 、 F_{Bx} , 荷载 $q_z(x)$ 、 $q(x)$ 及切向冻胀力 $\tau(x)$ 共同作用下保持平衡;底板在约束力 F'_{Bx} 、 F'_{Cx} 、 F'_{By} 、 F'_{Cy} , 荷载 $q_z(x)$ 、 $q(x)$ 及切向冻胀力 $\tau'(x)$ 共同作用下保持平衡。

对 B 点进行受力分析,得

$$\begin{cases} F_{Bx} = F'_{By}\sqrt{1+m^2} + F_{By}m \\ F'_{Bx} = F_{Bx}\frac{m}{\sqrt{1+m^2}} + \frac{F_{By}}{\sqrt{1+m^2}} \end{cases} \quad (6)$$

由坡板和底板切向和法向平衡可知

$$\begin{cases} F_{Bx} = \int_A^B \tau(x) dx \\ F'_{Cx} = \int_B^C \tau'(x) dx + F'_{Bx} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} F_{By} = \int_A^B [q(x) - q_z(x)] dx = \int_A^B p(x) dx \\ F'_{By} = \int_B^C [q(x) - q_z(x)] dx = \int_B^C p(x) dx \end{cases} \quad (8)$$

则轴力计算公式为

$$\begin{cases} N_B(x) = F_{Bx} - \int_B^x \tau(x) dx \\ N'_B(x) = F'_{Bx} + \int_B^x \tau'(x) dx \end{cases} \quad (9)$$

式中: $N_B(x)$ 为渠道坡板轴力(kN); $N'_B(x)$ 为渠道底板轴力(kN)。轴力以压力为正,拉力为负。

1.3 衬砌冻胀变形的挠曲线微分方程

广义 Winkler 地基梁模型的特征函数方程为

$$q_z(x) = k[1 + \beta e^{-a(1-\xi)}]w(x) \quad (10)$$

式中: k 为地基基床系数; $w(x)$ 为地基梁上坐标 x 处的竖向位移; $\xi=x/l$, l 为地基梁的半长; α, β 为地基无量纲参数, 可描述地基梁以外的土体对地基刚度以及地基梁接触压力的影响, 其值与土体性质相关。其中, α 通常取 $10^{[28]}$; 冻土属于坚硬土质, β 取值为 1.0。

广义 Winkler 弹性地基梁模型既保留了 Winkler 地基梁模型的形式简单、易于运算的优点, 又可通过修改 α 和 β 的取值, 模拟不同的地基模型 (表 1), 使模型适用于不同的地质条件, 因此广义 Winkler 地基梁模型较 Winkler 模型更具有普遍性与实用性。

表 1 广义 Winkler 梁模型与其他模型的关系
Table 1 Relationship between generalized Winkler beam model and other models

β	α	相似模型
0	任意	等价于 Winkler 模型
>0	非常大	相当于 Pasternak 模型
5.5	10	接近于弹性半空间模型
5.5	>10	接近于有限厚弹性压缩层模型

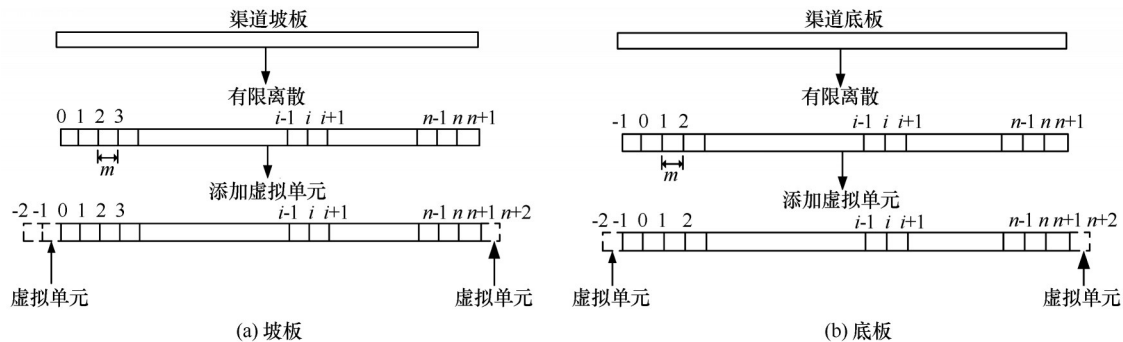


图 5 渠道衬砌板差分离散示意图

Fig. 5 Schematic diagram of difference discrete of canal lining plate

由有限差分法可知, 差分法通过有限差分替换微分, 有限差商替换导数, 最终将微分方程近似地转化为差分方程来计算。因此, 本文力学模型计算需要的差分格式^[18,32]为

$$\begin{cases} \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = \frac{w_{i+2} - 4w_{i+1} + 6w_i - 4w_{i-1} + w_{i-2}}{m^4} & (a) \\ \frac{d^3 w(x)}{dx^3} = \frac{w_{i+2} - 2w_{i+1} + 2w_{i-1} - w_{i-2}}{m^3} & (b) \\ \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{m^2} & (c) \end{cases} \quad (12)$$

令 $k_i' = k\psi = k[1 + \beta e^{-\alpha(1-\xi_i)}]$, 假设梁单元各部分的反力都作用于节点 i , 则节点 i 处的附加荷载 q_{zi} 为

$$q_{zi} = mk_i' w_i \quad (13)$$

式中: w_i 为第 i 节点处渠道的冻胀位移量。

冻土冻胀作用下的渠道衬砌板法向位移微分方程为

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + k[1 + \beta e^{-\alpha(1-\xi)}] w(x) = q(x) \quad (11)$$

式中: EI 为渠道衬砌板的抗弯刚度。

2 力学模型求解

2.1 微分方程求解

由弹性地基梁理论^[29-30]和《地基基础设计简明手册》^[31]可知, 一般采用初参数法求解挠曲线微分方程, 但三参数模型存在 $\xi=x/l$, 其变量随坐标位置变化。此时方程为四阶变系数微分方程, 使用初参数法计算比较复杂, 较难求解。因此本文利用有限差分法求解此四阶变系数挠曲线微分方程, 将方程变换为矩阵形式, 其形式简单明了, 方便使用计算机编程求解。有限差分法将渠道衬砌板平均离散成梁单元, 每个梁单元长度为 m , w_i 为第 i 个节点处的法向位移; 在梁两端再各加虚拟单元, 用于求解差分格式的虚拟节点值, 离散示意图如图 5 所示。

将式(13)表示为矩阵形式, 则附加荷载 q_{zi} 的表达式为

$$[q_z] = [K_s] \{w\} \quad (14)$$

式中: $[K_s]$ 为广义 Winkler 地基刚度矩阵, 为 $n+1$ 阶对角矩阵。

结合式(14), $[K_s]$ 可表示为

$$[K_s] = mk \begin{bmatrix} \psi_0 & & & & 0 \\ & \psi_1 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \psi_i & \\ & & & & \ddots \\ 0 & & & & & \psi_{n-1} & \\ & & & & & & \psi_n \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (15)$$

将式(12a)代入式(11), 等式两边同时乘以 m ,

可得控制方程的有限差分格式为

$$EI \frac{w_{i+2} - 4w_{i+1} + 6w_i - 4w_{i-1} + w_{i-2}}{m^3} + k'_i m w_i = m q(x) \quad (16)$$

此外,还需对渠道的边界条件进行分析:

(1)坡板

将坡板离散为 $n+1$ 段,视坡脚为虚拟单元 $i=n+1$,以便坡板变形刚度的建立。边坡衬砌板顶部视为自由边界,即坡板顶端剪力 $Q_0=0$,弯矩 $M_0=0$;坡板与底板连接方式为铰接,坡脚处上抬位移为 h_1 (实际坡脚处是一种不完全约束,在冻胀力的作用下,必然也会产生变形),参考《渠系工程抗冻胀设计规范》^[33]坡脚处的上抬位移可按式计算。

$$h = w_0 Z_r / Z_d \quad (17)$$

式中: w_0 为坡脚处的自由冻胀量(m); Z_r 为渠道冻深(m); Z_d 为渠系工程设计冻深(m)。

综上,坡脚法向冻胀位移 $w_{n+1}=h_1, M_{n+1}=0$ 。将差

分格式与梁挠度、弯矩及剪力关系式结合,可得

$$\begin{cases} Q_{i=0} = -EI \frac{d^3 w_{i=0,n}}{dm^3} = 0 \\ M_{i=0,n+1} = -EI \frac{d^2 w_{i=0,n+1}}{dm^2} = 0 \\ w_{n+1} = h_1 \end{cases} \quad (18)$$

(2)底板

将底板离散为 $n+2$ 段,视两端坡脚分别为虚拟单元 $i=-1, i=n+1$,以便底板变形刚度的建立。假定坡板与底板连接方式为铰接且坡脚处冻胀量为 h_2 [同坡板,采用式(17)计算],即渠道底板两端弯矩 $M_{i=-1,n+1}=0$,法向冻胀位移 $w_{i=-1,n+1}=0$ 。结合材料力学中梁挠度与弯矩的关系式,可得

$$\begin{cases} w_{i=-1,n+1} = h_2 \\ M_{i=-1,n+1} = -EI \frac{d^2 w_{i=-1,n+1}}{dm^2} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

分别将式(18)、(19)代入控制方程式(16),可得

$$\left. \begin{aligned} i=0, & \frac{EI}{m^3} (2w_0 - 4w_1 + 2w_2) + k'_0 m w_0 = m q_0 \\ i=1, & \frac{EI}{m^3} (-2w_0 + 5w_1 - 4w_2 + w_3) + k'_1 m w_1 = m q_1 \\ i=2, & \frac{EI}{m^3} (w_0 - 4w_1 + 6w_2 - 4w_3 + w_4) + k'_2 m w_2 = m q_2 \\ & \dots\dots \\ i=n-2, & \frac{EI}{m^3} (w_n - 4w_{n-1} + 6w_{n-2} - 4w_{n-3} + w_{n-4}) + k'_{n-2} m w_{n-2} = m q_{n-2} \\ i=n-1, & \frac{EI}{m^3} (-4w_n + 6w_{n-1} - 4w_{n-2} + w_{n-3}) + k'_{n-1} m w_{n-1} = m q_{n-1} - \frac{h_1 EI}{m^3} \\ i=n, & \frac{EI}{m^3} (5w_n - 4w_{n-1} + w_{n-2}) + k'_n m w_n = m q_n + \frac{2h_1 EI}{m^3} \end{aligned} \right\} \quad \text{坡板} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} i=0, & \frac{EI}{m^3} (5w_0 - 4w_1 + w_2) + k'_0 m w_0 = m q_0 + \frac{2h_2 EI}{m^3} \\ i=1, & \frac{EI}{m^3} (-4w_0 + 6w_1 - 4w_2 + w_3) + k'_1 m w_1 = m q_1 - \frac{h_2 EI}{m^3} \\ i=2, & \frac{EI}{m^3} (w_0 - 4w_1 + 6w_2 - 4w_3 + w_4) + k'_2 m w_2 = m q_2 \\ & \dots\dots \\ i=n-2, & \frac{EI}{m^3} (w_n - 4w_{n-1} + 6w_{n-2} - 4w_{n-3} + w_{n-4}) + k'_{n-2} m w_{n-2} = m q_{n-2} \\ i=n-1, & \frac{EI}{m^3} (-4w_n + 6w_{n-1} - 4w_{n-2} + w_{n-3}) + k'_{n-1} m w_{n-1} = m q_{n-1} - \frac{h_2 EI}{m^3} \\ i=n, & \frac{EI}{m^3} (5w_n - 4w_{n-1} + w_{n-2}) + k'_n m w_n = m q_n + \frac{2h_2 EI}{m^3} \end{aligned} \right\} \quad \text{底板} \quad (21)$$

将上式写成矩阵形式并进行整理可得梯形渠

道冻胀位移矩阵方程为

$$\text{坡板: } \frac{EI}{m^3} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 & & & \\ -2 & 5 & -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & & 1 & -4 & 6 & -4 \\ & & & & & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \dots \\ w_{n-2} \\ w_{n-1} \\ w_n \end{bmatrix} + m k' \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \dots \\ w_{n-2} \\ w_{n-1} \\ w_n \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_{n-2} \\ q_{n-1} - \frac{h_1 EI}{m^4} \\ q_n + \frac{2h_1 EI}{m^4} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\text{底板: } \frac{EI}{m^3} \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 & & & \\ -4 & 6 & -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & & 1 & -4 & 6 & -4 \\ & & & & & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \dots \\ w_{n-2} \\ w_{n-1} \\ w_n \end{bmatrix} + mk' \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \dots \\ w_{n-2} \\ w_{n-1} \\ w_n \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} q_0 + \frac{2h_2EI}{m^4} \\ q_1 - \frac{h_2EI}{m^4} \\ q_2 \\ q_3 \\ \dots \\ q_{n-2} \\ q_{n-1} - \frac{h_2EI}{m^4} \\ q_n + \frac{2h_2EI}{m^4} \end{bmatrix} \quad (23)$$

对式(22)、(23)进行简化,得到渠道边坡和渠底衬砌板变形刚度矩阵 $[K_d]$ 分别为

$$[K_d]_{\text{坡}} = \frac{EI}{m^3} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 & & & \\ -2 & 5 & -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & & 1 & -4 & 6 & -4 \\ & & & & & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (24)$$

$$[K_d]_{\text{底}} = \frac{EI}{m^3} \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 & & & \\ -4 & 6 & -4 & 1 & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & & 1 & -4 & 6 & -4 \\ & & & & & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (25)$$

令渠道边坡和渠底衬砌板荷载 $\{Q_d\}$ 分别为

$$\{Q_d\}_{\text{坡}} = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad \dots \quad q_{n-2} \quad q_{n-1} - \frac{h_1EI}{m^4} \quad q_n + \frac{2h_1EI}{m^4}]^T \quad (26)$$

$$\{Q_d\}_{\text{底}} = [q_0 + \frac{2h_2EI}{m^4} \quad q_1 - \frac{h_2EI}{m^4} \quad q_2 \quad q_3 \quad \dots \quad q_{n-2} \quad q_{n-1} - \frac{h_2EI}{m^4} \quad q_n + \frac{2h_2EI}{m^4}]^T \quad (27)$$

则式(22)、(23)可归一为以下矩阵方程。

$$[K_s] \{w\} + [K_d] \{w\} = \{Q_d\} \quad (28)$$

式中: $[K_d]$ 为渠道衬砌板变形刚度矩阵; $[K_s]$ 为广义 Winkler 模型地基刚度矩阵; $\{w\}$ 为渠道实际法向冻胀值; $\{Q_d\}$ 为渠道各计算节点荷载向量。

为方便求解,对式(28)进一步简化,使 $[K] = [K_d] + [K_s]$,可得渠道衬砌板法向冻胀位移矩阵为

$$\{w\} = [K]^{-1} \{Q_d\} \quad (29)$$

式中: $[K]$ 为渠道衬砌冻胀变形的总刚度矩阵。

将冻胀位移 $\{w\}$ 代入式(14),可得附加荷载向量 $\{q_z\}$ 。进一步将 q_z 代入式(5),可得冻胀力向量

$\{p\}$,即冻胀力分布可知。

2.2 渠道衬砌截面弯矩及剪力求解

在渠道衬砌板冻胀变形、产生法向位移的基础上,结合材料力学与差分格式,即可求得渠道衬砌板的截面弯矩、剪力分布。

$$\begin{cases} M = -EI \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = -EI \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{m^2} \\ Q = \frac{dM}{dx} = -EI \frac{d^3 w(x)}{dx^3} = -EI \frac{w_{i+2} - 2w_{i+1} + 2w_{i-1} - w_{i-2}}{m^3} \end{cases} \quad (30)$$

2.3 渠道衬砌板冻胀破坏失效准则

寒区渠道衬砌结构常发生裂缝、断裂、鼓胀等冻胀破坏,可从渠道衬砌结构的强度和变形两方面来对其冻胀破坏进行判定:

(1)混凝土材料抗拉强度低,轻微的冻胀变形即会使其局部弯矩过大,产生较大的拉应力值,当其值大于抗拉强度时便产生裂缝等破坏。衬砌结构的截面拉应力计算公式及其冻胀破坏准则为

$$\sigma(x) = \frac{6M(x)}{b_c^2} - \frac{N(x)}{b_c} \leq [\sigma] \quad (31)$$

式中: $[\sigma]$ 为混凝土抗拉强度设计值。

(2)渠道衬砌结构发生较大冻胀变形后,结构稳定性降低。对于渠道衬砌结构的抗冻胀稳定性,以其允许法向位移值作为判断标准。即

$$w(x) \leq [\Delta h] \quad (32)$$

式中: $[\Delta h]$ 为衬砌板法向位移最大允许值。

3 工程算例

3.1 工程概况

选取甘肃省靖会总干渠的混凝土梯形渠道^[34]为例,采用渠道冻胀广义 Winkler 弹性地基力学模型分析其冻胀变形。该渠道的基本尺寸如图6所示,衬砌板厚为10 cm,渠道混凝土衬砌板弹性模量为21 GPa。渠道基土为粉质壤土,其相关土壤参数为 $\alpha_2=0.6$, $\beta_2=0.73$, $\theta_p=17.7\%$,渠道地下水埋深大于4 m(在渠道地下水深埋且因渠道渗漏而导致渠道

冻胀破坏的封闭情况下,渠基冻土冻胀量主要取决于冻深范围内土壤在冻前的平均含水量),设计冻深 1.2 m。渠道水分条件、外部环境、日照时长等方面差异,其各部位的冻结状况如表 2 所示。

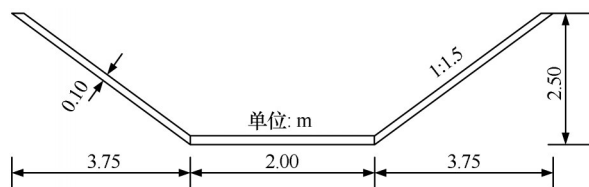


图 6 靖会总干渠梯形渠道的基本尺寸

Fig. 6 Basic dimensions of trapezoidal canals of Jinghui Main Canal

表 2 靖会总干渠梯形渠道的基本情况

Table 2 Basic information of trapezoidal canals of Jinghui Main Canal

部位	冻深/cm	月平均表面温度/℃	冻前含水量/%
阴坡	71	-5.1	20.6
渠底	59	-5.3	27.6
阳坡	46	-4.4	19.6

3.2 力学模型计算步骤

(1) 基床系数计算

由表 2 可知,原型渠道已给出冻结深度实测值,所以不必采用温度边界条件对渠道冻结深度进行计算。结合原型冻深情况、土壤基本参数及其含水量情况,根据式(2)~(3)可得到渠基冻土的冻胀强度和自由冻胀量。根据《冻土地区建筑地基基础设计规范》^[27],结合渠道冻结深度和冻胀强度分布,查阅图 C. 1. 2-1、C. 1. 2-2 可得渠道坡板坡脚受到的初始荷载 $q(x)$ 为 83.8 kPa。结合式(4),反算得到渠道衬砌法向地基系数 k 为 $1\,445\text{ kPa}\cdot\text{m}^{-1}$ 。

(2) 刚度矩阵建立

将渠道边坡衬砌板平均离散成 15 段单元,每个梁单元长度为 0.3005 m;边坡衬砌板平均离散成 20 段单元,每个梁单元长度为 0.1 m。 α 取 10, β 取值为 0.58,并将其代入式(10),建立渠基刚度矩阵 $[K_s]$ 。

随着温度的降低,基土冻结锋面不断向下发展,进而引起冻胀力的增大。当冻深发展到一定程度时,冻土的冻胀力将引起局部弯矩过大导致截面拉应力超过混凝土衬砌板极限抗拉强度而破坏。通过迭代计算可知,当渠道边坡冻深发展至 0.0850 m 时,渠道边坡衬砌板处于极限拉裂状态;当渠道底板的冻深发展至 0.0680 m 时,衬砌底板坡处于极限

拉裂状态。根据式(17),结合渠道冻深情况,可得坡脚处上抬位移 $h_1=0.0037\text{ m}$, $h_2=0.0027\text{ m}$ 。

渠道坡板边界条件为

$$\begin{cases} Q_{i=0} = 0 \\ M_{i=0} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} w_{i=15} = 0.0037 \\ M_{i=15} = 0 \end{cases} \quad (34)$$

渠道底板边界条件为

$$\begin{cases} w_{i=-1} = 0.0027 \\ M_{i=-1} = 0 \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} w_{i=20} = 0.0027 \\ M_{i=20} = 0 \end{cases} \quad (36)$$

将式(13)代入渠道衬砌板边界条件,可得渠道边坡板虚拟点法向位移为

$$\begin{cases} w_{-1} = 2w_0 - w_1 \\ w_{-2} = 4w_0 - 4w_1 + w_2 \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} w_{i=20} = 0.0037 \\ w_{i=21} = 2 \times 0.037 - w_{19} \end{cases} \quad (38)$$

渠道底板虚拟点法向位移为

$$\begin{cases} w_{-1} = 0.0027 \\ w_{-2} = 2 \times 0.0027 - w_0 \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} w_{i=20} = 0.0027 \\ w_{i=21} = 2 \times 0.0027 - w_{19} \end{cases} \quad (40)$$

对控制方程有限差分式(16)进行整理,可得渠道衬砌板刚度矩阵 $[K_d]$ 。

(3) 冻胀位移求解

将地基刚度矩阵 $[K_s]$ 与衬砌板刚度矩阵 $[K_d]$ 代入式(28),通过简化,由式(29)可求得渠道衬砌板法向冻胀位移分布大小,如图 7 所示。

(4) 冻胀力、弯矩求解

将计算所得位移结果代入式(5)、(29),可得到渠道坡板和底板的冻胀力、弯矩和剪力。

(5) 切向冻结力、轴力求解

将冻胀力 $p(x)$ 代入式(8),可求得法向约束力 $F_{By}=F_{Cy}=3.82\text{ kN}$, $F'_{Cy}=F'_{By}=4.12\text{ kN}$;再将求得结果代入式(6)可得切向约束力 $F_{Bx}=F_{Cx}=9.64\text{ kN}$, $F'_{Cx}=F'_{Bx}=9.52\text{ kN}$;然后,将 F_{Bx} 、 F'_{Cx} 与 F'_{Bx} 代入式(7),结合切向冻结力分布可得边坡和渠底衬砌板切向冻结力 $\tau_B=\tau_C=4.28\text{ kPa}$, $\tau'_B=\tau'_C=12.69\text{ kPa}$;将上述结果代入式(9),可求得边坡和渠底衬砌板的轴力分布。

3.3 计算结果与分析

(1) 冻胀量分析

广义 Winkler 地基模型不仅考虑了冻土介质连续性及其与衬砌板间的相互作用,反映了衬砌结构冻胀力的重分布,而且数学形式简单,便于采用编程计算。根据式(16)利用 MATLAB 对矩阵求解,

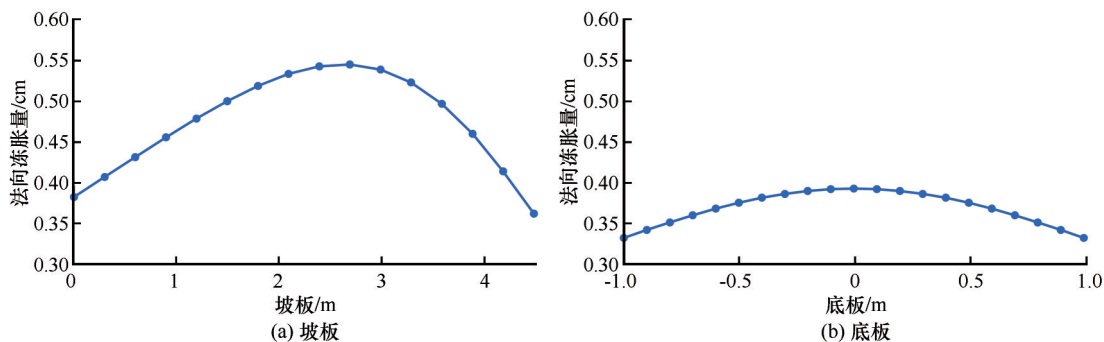


图7 渠道衬砌冻胀量

Fig. 7 Amount of frost heaving of canal lining

可得渠道衬砌板各点的法向冻胀量。

渠道法向冻胀量沿边坡和渠底的分布如图7所示,在冻胀力的作用下,渠道衬砌板发生冻胀变形。渠道边坡衬砌的板冻胀量在靠近坡脚1/3处达到最大值为0.55 cm,这是由于渠道坡板与底板在坡脚处相互挤压限制了冻胀量的发展,所以坡板距渠底

1/3处达到冻胀量最大值;底板两端受渠坡衬砌板约束,在断面中部达到最大值,为0.39 cm。综上,本文结果与已有渠道工程冻胀变形规律基本一致^[1,6]。

(2) 法向冻胀力分析

渠道混凝土衬砌板受到的法向冻胀力分布如图8所示。

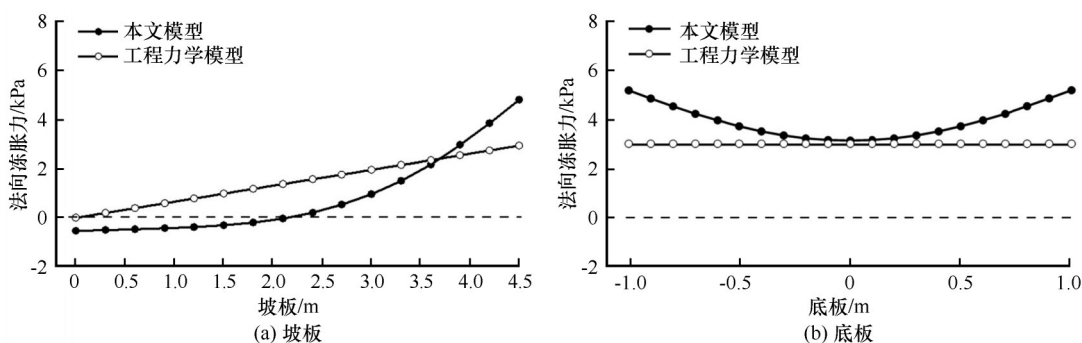


图8 渠道衬砌冻胀力分布

Fig. 8 Distribution of frost heaving force of canal lining

由图8可知,本文由于考虑了衬砌板与冻土的变形协调及相互作用,衬砌板变形后削减了其受到的法向冻胀力,其冻胀力呈非线性分布。结合图7衬砌板冻胀量可知,坡脚受挤压明显,故在坡脚处和其相邻区域出现较大的法向冻胀力。本文模型底板两端最大法向冻胀力为5.12 kPa;底板中部因产生较大冻胀变形,应力得到释放,所以衬砌板所受冻胀力最小为3.11 kPa。边坡坡脚法向冻胀力为4.82 kPa;渠道边坡中上部因外翘拉动冻土上移,但渠基冻土与混凝土衬砌板冻结在一起,导致渠道坡板中部受法向冻结力作用,其中最大法向冻结力为-0.54 kPa,位于距渠顶1/3处。

参考文献[8],采用工程力学模型对该算例进行计算,得到其法向冻胀力分布沿板长线性分布,边坡坡顶处法向冻胀力值为0,坡脚处峰值为本文

模型的61%;渠底沿坡板恒定不变,其值为本文模型峰值的64%,故工程力学模型底板法向冻胀力较小,计算结果偏于危险。通过对比分析可知,本文模型由于考虑了衬砌板与冻土的变形协调及相互作用,在法向冻胀力分布形式呈非线性分布,且坡板坡脚冻胀力增大、跨中减小,底板冻胀力明显增大。综上,本文以广义Winkler地基梁理论为基础,考虑冻土与衬砌板的相互作用及冻土地基的连续性,揭示了冻胀位移引起衬砌板所受冻胀力的削减及重分布,探明了冻土与衬砌变形协调使法向冻胀力呈非线性分布的规律,弥补了工程力学模型的法向冻胀力沿板长线性分布且仅能反映渠道冻胀的静力平衡关系的缺陷。

(3) 弯矩及切向冻结力分析

由图9可知,本文模型渠底板最大弯矩为

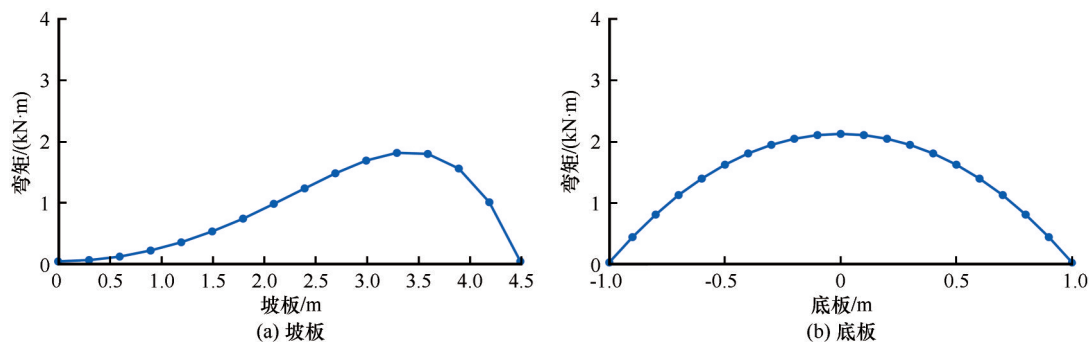


图9 渠道弯矩分布

Fig. 9 Distribution of bending moment of canal

2.1 kN·m,发生在渠底中部位置;渠道边坡衬砌板的弯矩最大值为1.8 kN·m,发生在距渠底1/4~1/3位置处,与以往研究结果1/3左右位置有所偏差,但总体分布规律基本一致。其原因是由于坡脚附近产生较大的法向冻胀力,使得弯矩值最大值所在截面向坡脚偏移。

衬砌板受到的切向冻胀力分布如图10所示,冻

结力的方向以向右为正方向。本文模型的边坡切向冻胀力最大值为4.28 kPa,工程力学模型为3.4 kPa,本文模型结果较工程力学模型偏大。本文模型底板切向冻胀力最大值为12.69 kPa,沿底板中心分界,而工程力学模型则忽略了底板的切向冻胀力,故本文模型可弥补工程力学模型底板切向冻胀力计算的不足。

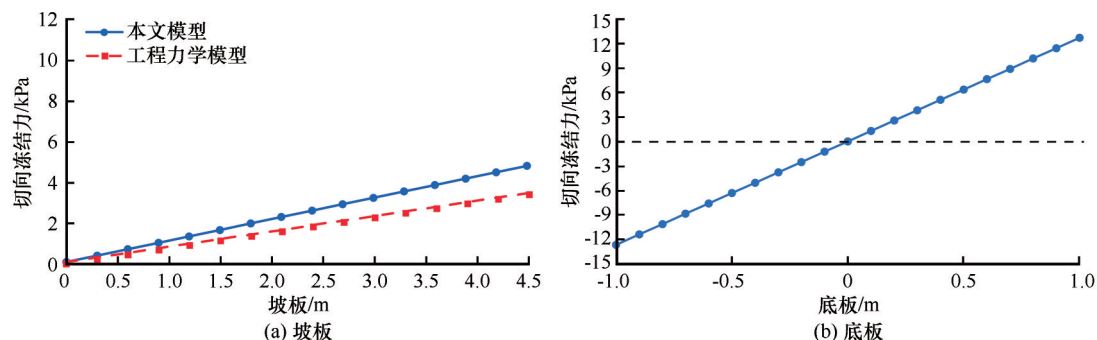


图10 衬砌板切向冻胀力分布

Fig. 10 Distribution of tangential freezing force of lining plate

4 结论

本文为探究衬砌板极限状态下弹性地基模型与工程力学模型计算结果上的差异,揭示渠道衬砌法向冻胀力分布规律,修正以往工程力学模型冻胀力分布基于假设的缺陷,引入广义 Winkler 弹性地基梁理论,构建了渠道冻胀力学模型。获得如下结论:

(1)结合渠道衬砌板受力情况导出冻胀变形的挠曲线微分方程并采用有限差分法求解,给出了衬砌渠道切向冻胀力及法向冻胀力的计算方法,得到了衬砌结构冻胀力分布规律。该模型数学形式简单,计算简便快捷,力学概念清晰,便于工程师使用。

(2)以甘肃省靖会总干渠梯形渠道为原型进行冻胀计算,并将法向冻胀力与工程力学模型结果进行对比分析。结果表明,本文模型由于考虑了衬砌结构与冻土间的相互作用,衬砌板冻胀力并非呈线性分布,坡脚冻胀力增大、跨中减小,底板冻胀力较工程力学模型结果明显偏大。

(3)本文以广义 Winkler 地基梁理论为基础,考虑冻胀位移引起衬砌板所受冻胀力的削减及重分布,探明了衬砌板所受法向冻胀力呈非线性分布。同时,本文考虑渠道衬砌冻胀破坏的极限承载力以及冻胀过程中坡脚上抬位移对实际冻胀力的削减和释放效应,避免了冻胀力及衬砌结构内力计算值过大。

本文假设冻土与衬砌板间的切向冻胀力沿坡

板线性分布, 计算简便, 结果偏于安全, 适用于工程设计, 但切向冻结力的线性分布假设可能与实际情况有所不符, 待进一步研究。

参考文献(References):

- [1] Wang Zhengzhong, Jiang Haoyuan, Wang Yi, et al. Research progresses and frontiers in anti-seepage and anti-frost heave of canals in cold-arid regions[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2020, 36(22): 120-132. [王正中, 江浩源, 王羿, 等. 旱寒区输水渠道防渗抗冻胀研究进展与前沿[J]. 农业工程学报, 2020, 36(22): 120-132.]
- [2] He Pengfei, Ma Wei. Study of canals in cold regions of China: achievements and prospects [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2020, 42(1): 182-194. [何鹏飞, 马巍. 我国寒区输水工程研究进展与展望[J]. 冰川冻土, 2020, 42(1): 182-194.]
- [3] Jiang Haoyuan, Wang Zhengzhong, Liu Quanhong, et al. Frost heave modeling with thermos-hydro-mechanical coupling for lined canal in cold regions considering solar radiation and its application [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2021, 52(5): 589-602. [江浩源, 王正中, 刘铨鸿, 等. 考虑太阳辐射的寒区衬砌渠道水-热-力耦合冻胀模型与应用[J]. 水利学报, 2021, 52(5): 589-602.]
- [4] Jiang Haoyuan, Wang Zhengzhong, Wang Yi, et al. Study on anti-frost heave mechanism and application of "reasonable joints" for large-size trapezoidal canal with arc-bottom [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2019, 50(8): 947-959. [江浩源, 王正中, 王羿, 等. 大型弧底梯形渠道“适缝”防冻胀机理及应用研究[J]. 水利学报, 2019, 50(8): 947-959.]
- [5] Liu Xiong, Ning Jianguo, Ma Wei. Numerical analyses of the temperature and stress fields of channel in frozen soil regions [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2005, 27(6): 932-938. [刘雄, 宁建国, 马巍. 冻土地区水渠的温度场和应力场数值分析[J]. 冰川冻土, 2005, 27(6): 932-938.]
- [6] Li Shuangyang, Lai Yuanming, Zhang Mingyi, et al. Centrifuge and numerical modeling of the frost heave mechanism of a cold-region canal [J]. Acta Geotechnica, 2019, 14(4): 1113-1128.
- [7] Liu Quanhong, Wang Zhengzhong, Li Zhanchao, et al. Transversely isotropic frost heave modeling with heat-moisture-deformation coupling [J]. Acta Geotechnica, 2020, 15(5): 1273-1287.
- [8] Wang Zhengzhong. Establishment and application of mechanics models of frost heaving damage of concrete lining trapezoidal open canal [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2004, 20(3): 24-29. [王正中. 梯形渠道砼衬砌冻胀破坏的力学模型研究[J]. 农业工程学报, 2004, 20(3): 24-29.]
- [9] Wang Zhengzhong, Li Jialin, Chen Tao, et al. Mechanics models of frost-heaving damage of concrete lining trapezoidal canal with arc-bottom [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2008, 24(1): 18-23. [王正中, 李甲林, 陈涛, 等. 弧底梯形渠道砼衬砌冻胀破坏的力学模型研究[J]. 农业工程学报, 2008, 24(1): 18-23.]
- [10] Yu Shuchao, Ouyang Hui, Sun Yongmei. Calculation of internal force of rigid lining in canal [J]. China Rural Water and Hydropower, 1999(10): 21-23. [余书超, 欧阳辉, 孙咏梅. 渠道刚性衬砌受冻胀时的内力计算[J]. 中国农村水利水电, 1999(10): 21-23.]
- [11] Song Ling, Ouyang Hui, Yu Shuchao. Frozen heaving and capacity of frozen heaving resistance of trapezoidal concrete lining canal with water in winter [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, 31(18): 114-120. [宋玲, 欧阳辉, 余书超. 混凝土防渗渠道冬季输水运行中冻胀与抗冻胀力验算[J]. 农业工程学报, 2015, 31(18): 114-120.]
- [12] Shen Xiangdong, Zhang Yupei, Wang Liping. Stress analysis of frost heave for precast concrete panel lining trapezoidal cross-section channel [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2012, 28(16): 80-85. [申向东, 张玉佩, 王丽萍. 混凝土预制板衬砌梯形断面渠道的冻胀破坏受力分析[J]. 农业工程学报, 2012, 28(16): 80-85.]
- [13] Franza A, Marshall A M, Haji T, et al. A simplified elastic analysis of tunnel-piled structure interaction [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2017, 61: 104-121.
- [14] Rajani B, Morgenstern N. Comparison of predicted and observed response of pipeline to differential frost heave [J]. Canada Geotechnical Journal, 1994, 31(6): 803-816.
- [15] Selvadural A P S, Shinde S B. Frost heave induced mechanics of buried pipelines [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 119(12): 1929-1952.
- [16] Xiao Min, Wang Zhengzhong, Liu Quanhong, et al. Elastic foundation beam model of frost heave damage of trapezoidal canal considering interaction between frozen soil and lining structure [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2017, 48(10): 1229-1239. [肖旻, 王正中, 刘铨鸿, 等. 考虑冻土与结构相互作用的梯形渠道冻胀破坏弹性地基梁模型[J]. 水利学报, 2017, 48(10): 1229-1239.]
- [17] Li Zongli, Yao Xiwang, Yang Le, et al. Frost heave mechanical model of concrete lining trapezoidal canal based on elastic foundation beam theory [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2019, 35(15): 110-118. [李宗利, 姚希望, 杨乐, 等. 基于弹性地基梁理论的梯形渠道混凝土衬砌冻胀力学模型[J]. 农业工程学报, 2019, 35(15): 110-118.]
- [18] Ma Libo, Shi Wei, Zhou Yinzhang, et al. The calculation comparison between Winkler and tri-parameter elastic foundation beam model [J]. Journal of Qingdao Technological University, 2008, 29(4): 36-39. [马立博, 时伟, 周印章, 等. Winkler 与三参数弹性地基梁模型的计算比较[J]. 青岛理工大学学报, 2008, 29(4): 36-39.]
- [19] Zhang Ruyi, Jiang Haibo, Wang Zhengcheng. Frost heaving damage of water channel in cold regions: chain analysis and disaster mitigation research [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2016, 38(6): 1607-1614. [张如意, 姜海波, 王正成. 寒冷地区输水渠道冻胀破坏链式分析及减灾研究[J]. 冰川冻土, 2016, 38(6): 1607-1614.]
- [20] Sun Hongbao, Lou Zongke, An Yaqiang. Finite element simulation for frost heaving on trapezoidal canal consider Goodman contact [J]. Agricultural Research in the Arid Areas, 2015, 33(5): 135-139. [孙洪宝, 娄宗科, 安亚强. 考虑古德曼接触的梯形渠道冻胀有限元模拟[J]. 干旱地区农业研究, 2015, 33(5): 135-139.]
- [21] Chen Xiaobai, Liu Jiankun, Liu Hongxu. Frost action of soil and foundation engineering [M]. Beijing: Science Press, 2006. [陈肖柏, 刘建坤, 刘鸿绪. 土的冻结作用与地基[M]. 北京: 科学出版社, 2006.]
- [22] Zhu Qiang. Frost heave prevention design for the rigid canal linings [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 1993, 15(2): 339-345. [朱强. 刚性衬砌渠道冻胀防治设计[J]. 冰川冻土, 1993, 15(2): 339-345.]

- [23] Ma Wei, Wang Dayan. Mechanics of frozen ground[M]. Beijing: Science Press, 2014. [马巍, 王大雁. 冻土力学[M]. 北京: 科学出版社, 2014.]
- [24] Siberia Branch of Soviet Union Academy of Sciences. Permafrost Institute. General geocryology [M]. Guo Dongxin, Liu Tiliang, Zhang Weixin, et al. trans. Beijing: Science Press, 1988. [苏联科学院西伯利亚分院冻土研究所. 郭东信, 刘铁良, 张维信, 等译. 普通冻土学[M]. 北京: 科学出版社, 1988.]
- [25] Rapkin G N. Analysis of the theoretical formula for determining the depth of soil freezing[J]. Harbin Railway Technology, 1976(7): 12-14. [拉普金 Г Н. 对于确定土壤冻结深度理论公式的分析[J]. 哈铁科技简报, 1976(7): 12-14.]
- [26] Zhou Youcai. Analysis of relationship of normal frost-heave force with respect to foundation base area[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 1985, 7(3): 205-212. [周有才. 法向冻胀力与基础底面积关系的分析[J]. 冰川冻土, 1985, 7(3): 205-212.]
- [27] Code for design of soil and foundation of buildings in frozen soil region: JGJ 118—2011 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012. [冻土地区建筑地基基础设计规范: JGJ 118—2011[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012.]
- [28] Li Kailiang. Study on effects of longitudinal heave deformation of existing metro tunnel due to construction of up-crossing new tunnel[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017. [李凯梁. 新建隧道上穿工程对既有地铁隧道纵向隆起变形影响研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.]
- [29] Long Yuqiu. Elastic foundation beams calculations [M]. Beijing: People's Education Press, 1981. [龙驭球. 弹性地基梁的计算[M]. 北京: 人民教育出版社, 1981.]
- [30] Hetenyi M. Beams on elastic foundation[M]. Ann Arbor, MI, USA: University of Michigan Press, 1946.
- [31] Guo Jiwu. Concise handbook of foundation design [M]. Beijing: China Machine Press, 2008. [郭继武. 地基基础设计简明手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.]
- [32] Wang Guoti, Lai Huanfeng, Hu Zhizhuan, et al. Finite difference method for the analysis of double parameter elastic foundation beam and the foundation beam's features in deformation and contact pressure[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2004, 27(1): 35-39. [王国体, 赖焕枫, 胡志专, 等. 双参数弹性地基梁有限差分法及变形、反力特征[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2004, 27(1): 35-39.]
- [33] Design code for anti-frost-heave of canal and its structure: SL 23—2006[S]. Beijing: China Water Power Press, 2006. [渠系工程抗冻胀设计规范: SL 23—2006[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.]
- [34] Li Anguo, Chen Ruijie, Du Yingji, et al. Simulation test of canal frost heave and stress analysis of lining structure[J]. Technique of Seepage Control, 2000, 6(1): 5-16. [李安国, 陈瑞杰, 杜应吉, 等. 渠道冻胀模拟试验及衬砌结构受力分析[J]. 防渗技术, 2000, 6(1): 5-16.]

Mechanical model of frost heaving force in trapezoidal canal based on generalized Winkler elastic foundation beam theory

GONG Jiawei¹, WANG Zhengzhong^{1,2}, JIANG Haoyuan¹, LIANG Shuang¹,
ZHENG Ailei¹, LU Liguang³

(1. Cold and Arid Regions Water Engineering Safety Research Center / Key Laboratory of Agricultural Soil and Water Engineering in Arid and Semiarid Areas of Ministry of Education, Northwest A&F University, Yangling 712100, Shaanxi, China; 2. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Northwest Institute of Eco-Environment and Resources, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China; 3. Water Conservancy Research Institute of Ningxia Hui Autonomous Region, Yinchuan 750021, China)

Abstract: The frost heaving damage of canal lining is common in cold regions. The anti-freezing engineering design of the canal mostly depends on engineering practical experience and qualitative understanding, which has a certain randomness and blindness. Therefore, there is a lack of concise and reasonable method to calculate the frost heaving force on the lining structure. In this paper, considering the interaction between frozen soil and lining and the continuity of frozen soil foundation, the difference equation of frost heave deflection curve of canal lining plate is derived based on the generalized Winkler foundation beam theory and the finite difference method. Then, the mechanical model of frost heaving force of trapezoidal canal is established. The calculation methods of normal and tangential frost heaving force of lined canal are given. At the same time, this paper considers the ultimate bearing capacity of the frost heaving failure of the canal lining and the influence of the uplift displacement of the slope toe on the actual frost heaving force in the process of frost heaving, so as to avoid the excessive calculated value of the frost heaving force and the internal force of the lining structure. In order to verify the rationality of this model, taking the trapezoidal canal of Jinghui Main Canal in Gansu Province as the research object, the frost heave damage is calculated. The results show that because the interaction between lining structure and frozen soil is considered in this model, the normal frost heaving force of canal lining plate presents a nonlinear distribution, and the linear distribution assumption of engineering mechanics model is modified. The frost heaving force increases at the foot of the slope, decreases in the middle of the span and increases on the bottom plate than that of the engineering mechanics model, so that the calculation results are more in line with the engineering practice. Therefore, the frost heaving force mechanical model proposed in this paper is scientific, reasonable, simple and fast, and has better universality, which can provide a reference for the frost heaving resistance design of canals in cold regions.

Key words: canals; frost heave; mechanical model; generalized Winkler foundation beam; finite difference method

(责任编辑: 李双洋)