

DOI:10.7522/j.issn.1000-0240.2023.0015

WAN Xusheng, YAN Mengyu, LU Jianguo, et al. Strength and constitutive model of frozen sodium sulfate silty clay [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2023, 45(1):201-211. [万旭升, 颜梦宇, 路建国, 等. 冻结硫酸钠粉质黏土强度与本构模型研究[J]. 冰川冻土, 2023, 45(1):201-211.]

冻结硫酸钠粉质黏土强度与本构模型研究

万旭升, 颜梦宇, 路建国, 晏忠瑞, 刘凤云

(西南石油大学 土木工程与测绘学院, 四川 成都 610500)

摘 要: 为了研究冻结硫酸钠粉质黏土的变形规律和强度特征,在1 MPa围压下,对-2、-6、-10℃三组温度下不同硫酸钠含量的粉质黏土进行负温三轴剪切试验研究。基于实验数据,计算了冻结硫酸钠粉质黏土的切线模量,研究了轴向应变与偏应力的非线性关系,推导了试样的 p - q 平面强度准则,提出了冻结硫酸钠盐粉质黏土强度公式,建立了含参数的冻结含盐粉质黏土的修正 Duncan-Chang 本构模型,并拟合了相关参数,验证了模型精度及适用性。结果表明:试样的偏应力在应变后期趋于稳定,处于向应变硬化过渡的阶段,切线模量 E 随含盐量的增加呈现先减小再增大再减小的变化规律,切线模量 E 变化幅度较小, p 、 q 呈明显的线性关系,在0℃至-15℃温度范围内,修正 Duncan-Chang 本构模型对含盐量小于2.5%的冻结硫酸钠粉质黏土强度具有良好的预测效果。

关键词: 冻结粉质黏土; 三轴剪切试验; 变形规律; 强度准则; 修正 Duncan-Chang 本构模型

中图分类号: P642.14; TU411.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-0240(2023)01-0201-11

0 引言

我国冻土分布广泛,多年冻土面积约占国土面积的22.4%,主要分布在陕西、甘肃、新疆和青海等内陆地区^[1]。冻土是一种由固体矿物颗粒,冰晶体(胶结冰和夹层)、未冻水(薄膜结合水和液态水)及气体组成的特殊岩土材料^[2-3]。含盐冻土按土体中含盐成分可分为氯盐渍土、硫酸盐渍土和碳酸盐渍土等,其中最常见的是硫酸钠盐渍土,具有松胀、膨胀性、水稳性差、腐蚀性等特性,其物理力学特性受含盐量、含水量、温度及外部压力等多种因素影响,具有复杂性和不稳定性。随着经济社会的不展发展,硫酸钠盐渍土区域的工程建设日渐增多,例如青藏公路的修建、维护及中俄石油管道的铺设等重要工程。近年来,随着我国“西部大开发”和“一带一路”倡议的实施,该区域的拟建工程项目显著增加。此外,在寒区硫酸钠盐渍土区域内进行工程设计和建设时,基础的安全性和稳定性主要由抗变形

和抗破坏能力决定;冻土的抗变形能力可以由应力-应变关系来描述,抗破坏能力可以由强度准则来表征^[4]。因此,在多梯度负温范围内对冻结硫酸盐渍土的变形规律和强度特征及本构模型的试验研究亟待深入开展。

众多学者以粉质黏土为研究对象,在硫酸盐渍土物理力学特性、变形规律、本构模型研究方面进行了一系列卓有成效的研究工作。研究表明,冻结硫酸盐渍土的强度主要受温度、围压、含盐量等因素的影响,这些因素的作用往往相互存在耦合影响。李栋伟^[5]、郑波等^[6]通过常规三轴剪切试验对冻结粉质黏土进行了试验研究,用摩尔-库仑准则对试验结果进行分析,描述了较低围压下温度和剪切强度间的线性关系。冻结黏土的内摩擦角随温度的降低而增大,黏聚力随温度的降低略有增大,三轴剪切强度随温度降低而增大。杨玉贵^[7]通过对冻结粉土在不同温度条件下的三轴试验发现,当围压一定时,温度越低,其强度越高, p - q 平面上的强

收稿日期: 2022-01-18; 修订日期: 2022-03-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(42071087; 42271146; 42101136; 42101131); 四川省科技计划项目(2021YFQ0021; 2022NSFSC0438; 2022NSFSC0140)资助

作者简介: 万旭升,副教授,主要从事盐胀机理及寒区工程研究. E-mail: wanxs@swpu.edu.cn

通信作者: 路建国,讲师,主要从事寒区工程冻害机理与防治技术研究. E-mail: jianguog@swpu.edu.cn

度包络线随温度的降低而向外扩张。Baker等^[8]和Jones^[9]发现冻土材料在围压增加的过程中,冻土的强度会逐渐增加,进而出现峰值,随着围压的进一步增大,冻土的强度逐渐降低。Fish^[10]、马巍等^[11]、张淑娟等^[12]根据大量的试验结果,先后得到了同样的结论,并分别建立了抛物线形的冻结粉土的强度准则。孙星亮等^[13]对冻结粉质黏土进行了温度、围压和应变速率对三轴强度的敏感性分析,发现抗剪强度与围压及温度具有明显线性关系,与应变速率成指数关系。Chamberlain^[14]、Miller等^[15]分别对冻结盐渍土进行了强度试验研究,结果表明含盐冻土的试验强度随含盐量的增加而降低。杨成松等^[16]对饱和含盐冻结粉质黏土进行了不同含盐量情况下的强度试验研究,发现含盐量直接影响冻土极限抗压强度,抗压强度随含盐量的减小呈现线性增加。Liao等^[17]对不同硫酸钠含量的粉质黏土进行常规三轴压缩试验,试验结果发现冻结盐渍土含盐量对冻结盐渍土的力学特性有显著影响,随着含盐量的增加冻土强度呈现非线性的变化趋势,且在硫酸钠含量为0.5%时冻结盐渍土的强度出现最小值。

综上所述,已有研究揭示了温度、含盐量或围压单因素变化下粉质黏土变形规律和强度特点,并基于试验结果拟合参数推导出了相应的强度准则。然而,不同硫酸钠含量的粉质黏土的强度与本构模型研究较少。本文在前人的研究基础上,对不同硫

酸钠含量的冻结粉质黏土进行三轴剪切试验,研究其偏应力-应变变化规律,建立 p - q 平面强度准则,并进行参数拟合,提出了对应的本构模型并验证了模型的准确性及适用性。该研究可对冻结硫酸钠盐渍土本构模型的理论基础、参数拟合方法等提供参考,也对西北硫酸钠盐渍土地区工程建筑物有一定实践指导意义。

1 试验研究

1.1 试验材料

试验土样采用甘肃省兰州市树屏镇地区粉质黏土,取土深度为地表以下10 cm至50 cm,试样制备前,取原状土100 g,进行土样的物理性质测定,测定其含水率、密度、干密度及液塑限范围,测定结果如表1所示。

表1 粉质黏土物理性质
Table 1 Physical properties of silty clay

| 土类 | 液限/% | 塑限/% | 天然含水率/% | 干密度/($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$) | 相对密度 |
|------|------|------|---------|---------------------------------------|------|
| 粉质黏土 | 28.9 | 18.3 | 18.5 | 1.7 | 2.7 |

取50 g原状土,放入200 mL蒸馏水中,充分搅拌并浸泡,然后取出土壤水溶取原样土进行离子分析,离子分析结果如表2所示,结果显示该区域盐渍土主要盐分为硫酸钠。

表2 试验土样离子含量
Table 2 Test soil sample ion content

| 离子成分 | 阳离子 | | | | 阴离子 | | | |
|--------------------------------------|---------------|--------------|------------------|------------------|--------------|---------------|-----------------|--------------------|
| | Na^+ | K^+ | Mg^{2+} | Ca^{2+} | F^- | Cl^- | NO_3^- | SO_4^{2-} |
| 含量/($\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$) | 1 062.1 | 2.8 | 194.7 | 204.9 | 1.0 | 626.4 | 78.7 | 2 614.5 |

1.2 试验条件

本次试验所用仪器为MTS-810材料试验机,仪器最大轴向位移为100 mm,频率范围0~50 Hz;最大轴向压力为250 kN,围压范围为0~20 MPa,轴向位移精确到0.001 mm。其控温范围为-30~25 $^{\circ}\text{C}$,控温精度为0.01 $^{\circ}\text{C}$ 。低温材料试验机的围压和轴压可同步控制,试验过程通过计算机程序全自动控制。

为了得到硫酸钠盐对冻结粉质黏土的应力-应变影响规律,试验前采用蒸馏水对土体进行多次脱盐处理,以防止土样中盐分对试验结果产生影响,将脱盐后的土分别配置含盐量为0%、0.5%、1%、2%、3%,含水率为18.5%的硫酸钠盐渍土样。

将土样密封常温保存,以保证盐分分布更加均匀,然后装至特制容器内。本次三轴试验剪切试样直径 $d=61.8$ mm、高度 $h=125$ mm,干密度 $\rho_d=1.7$ $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ 。计算土样质量并精确称取,放入圆柱形三瓣模具中制样。制样完成后,对试样进行3 h的真空饱和处理,然后再进行12 h的水压饱和,以确保试样饱和度高于95%。试样饱和处理完成后,先使试样在-30 $^{\circ}\text{C}$ 环境下急冻8 h,然后再在不同温度下恒温12 h后进行试验^[4,7]。试样工况如表3所示。

试验围压 σ_3 为1 MPa。试验时以1.25 $\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$ 应变速率施加轴向荷载,为了便于后期试验数据的计算处理,当试样产生16%应变时终止试验^[18-19]。

表3 负温三轴剪切试样工况

Table 3 Negative temperature triaxial shear specimen working condition

| 试样编号 | 含盐量 w/% | 冻结温度/℃ | 试样编号 | 含盐量 w/% | 冻结温度/℃ | 试样编号 | 含盐量 w/% | 冻结温度/℃ |
|------|---------|--------|------|---------|--------|------|---------|--------|
| A1 | 0.0 | -2 | B1 | 0.0 | -6 | C1 | 0.0 | -10 |
| A2 | 0.5 | -2 | B2 | 0.5 | -6 | C2 | 0.5 | -10 |
| A3 | 1.0 | -2 | B3 | 1.0 | -6 | C3 | 1.0 | -10 |
| A4 | 2.0 | -2 | B4 | 2.0 | -6 | C4 | 2.0 | -10 |
| A5 | 3.0 | -2 | B5 | 3.0 | -6 | C5 | 3.0 | -10 |

按上述试验方法,对各组试样进行负温三轴剪切试验后,可以由试验控制部分测定得到试样的偏应力-轴向位移变化关系,由于试验全过程由电脑程序控制,剪切试验前后,试样的高度、横截面积、

体积变化等都可用电脑程序进行自动修正,因此实验数据导出即可进行计算使用。

1.3 试验结果与分析

各组试样的偏应力-应变曲线如图1所示。

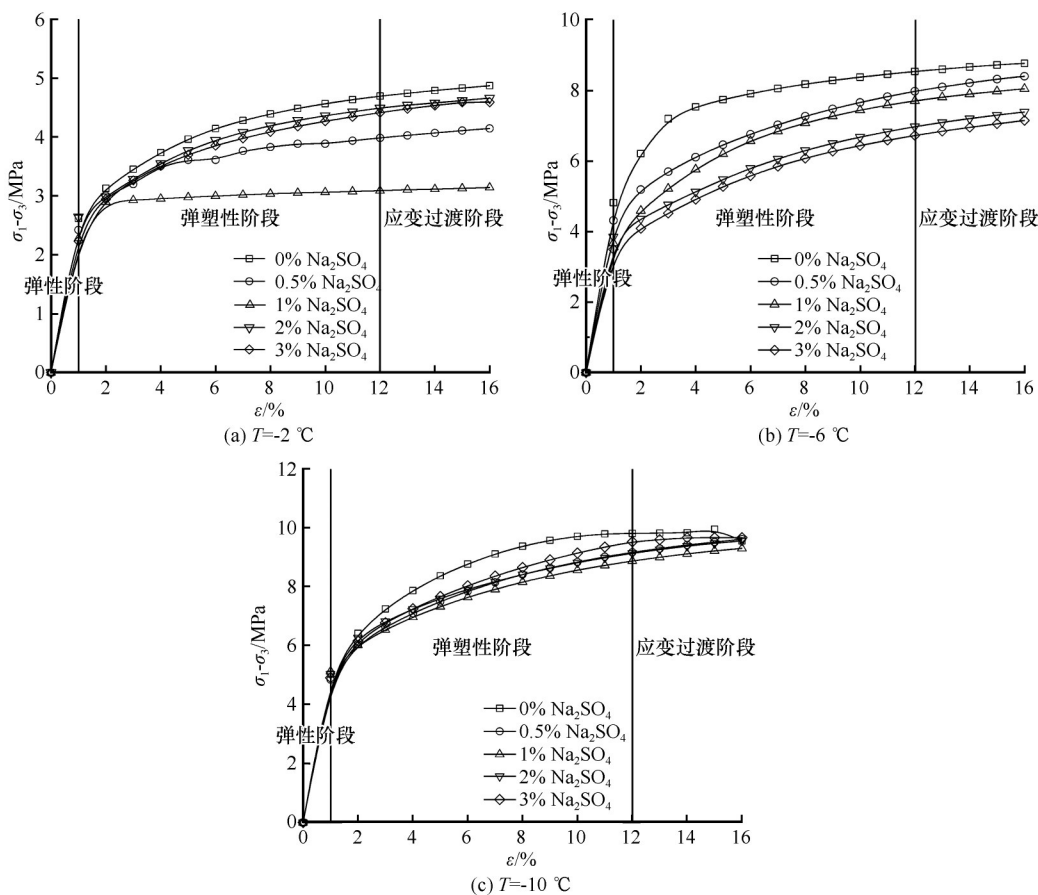


图1 负温三轴试验偏应力-应变曲线

Fig. 1 Deviatoric stress-strain curve of negative temperature triaxial test

在荷载作用下,冻结硫酸钠粉质黏土的偏应力-应变曲线呈现出 $\varepsilon > 12\%$ 后,应力逐渐稳定的现象。考虑到超固结土本质上的不均一性,若将试验土样看作由结构块和结构带组成的二元介质^[20-21],胶结元代表颗粒之间胶结良好的部分;摩擦元代表土体内部存在裂缝或其他缺陷的薄弱带。从三组试验结果整体分析,曲线可分为三个阶段。

第一个阶段(弹性阶段):轴向应变较小, $\varepsilon < 1\%$ 时,偏应力-应变曲线呈线性变化,应力增幅明显。其原因是低温冻结后的土样整体构造紧致,黏土中的部分水分结冰形成土体骨架使得土体变形模量较大,在加载初期荷载较小,土中胶结冰和孔隙冰未被压碎、压融,未产生塑性变形,所以偏应力-应变曲线呈线弹性特征。

第二个阶段(弹塑性阶段):当轴向应变 $1\% < \varepsilon < 12\%$ 时,轴向应变逐渐增加,冻土试样逐渐进入变形阶段,应力持续增大,但增幅逐渐减缓,曲线斜率即变形模量逐渐降低。原因是由于随着应变的发展,土体内部结构由最初的线弹性阶段向弹塑性阶段过渡,然后进入塑性阶段。土体发生塑性变形,内部颗粒产生损伤导致变形模量逐渐降低,土中胶结冰和孔隙冰被压碎、压融。裂缝扩大、胶结冰和孔隙冰压融及压碎使得土体的胶结元数量减少,摩擦元数量增多,在达到峰值强度前摩擦元的数量低于胶结元的数量,由摩擦元产生的应力不足以补偿胶结元减少而损失的应力^[20-21]。故试样抗变形能力开始减弱,应力始终保持增加,但增幅逐渐减缓。

第三个阶段(应变过渡阶段):轴向应变 $\varepsilon > 12\%$ 时,土体进入应变阶段,曲线斜率逐渐降低或出现负值,应力达到峰值后基本趋于平稳,直到试样破坏。原因是由于随着变形增大,胶结元的减少数量大于摩擦元的增加数量,摩擦元的变形模量小于胶结元的变形模量,二者产生的应力差值越来越大,应变发展最终导致试样被破坏。同时,随着含盐量的增加,试样有趋于硬化的趋势。

结合图1(a)~1(c)可以看出,冻结试样在三组冻结温度下的应力-应变曲线都呈现出 $\varepsilon > 12\%$ 后,应力逐渐稳定的现象,试样处于向应变硬化的过渡阶段。当冻结温度逐渐降低,试样的整体强度变大,峰值强度逐渐增大。相同冻结温度下,含盐量增加,试样的强度呈现逐渐减弱的变化趋势。相同含盐量下不同冻结温度试样的偏应力-应变曲线变化趋势大致相同,低温对试样的整体强度有加强作用,温度越低,加强效果越明显。峰值强度对应的轴向位移也逐渐增大。

2 物理参数与强度准则研究

2.1 含盐量对切线模量影响

参考已有文献[4],可由式(1)计算得出各组试样在线弹性阶段临界点 $\varepsilon_1=1\%$ 时对应的切线模量 E 的值。

$$E = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\varepsilon_1} \quad (1)$$

切线模量计算结果如表4所示。

由表4中数据分析可知,负温试样切线模量 E 与含盐量的增加呈现先减小再增大再减小的变化规律,切线模量 E 变化幅度较小。温度越低,试样的冻结程度越高,内部结构越紧密,切线模量的数值

表4 负温试样切线模量计算值

Table 4 Tangential modulus of negative temperature sample

| 冻结温度/℃ | 含盐量/% | $(\sigma_1 - \sigma_3)/\text{MPa}$ | ε_1 | E/MPa |
|--------|-------|------------------------------------|-----------------|----------------|
| -2 | 0.00 | 2.6192 | 1% | 261.918 |
| -2 | 0.50 | 2.4233 | 1% | 242.331 |
| -2 | 1.00 | 2.2798 | 1% | 227.984 |
| -2 | 2.00 | 2.6450 | 1% | 264.497 |
| -2 | 3.00 | 2.2320 | 1% | 223.201 |
| -6 | 0.00 | 4.8198 | 1% | 481.982 |
| -6 | 0.50 | 4.3152 | 1% | 431.518 |
| -6 | 1.00 | 3.6682 | 1% | 366.821 |
| -6 | 2.00 | 3.8452 | 1% | 384.519 |
| -6 | 3.00 | 3.4942 | 1% | 349.418 |
| -10 | 0.00 | 5.0424 | 1% | 504.241 |
| -10 | 0.50 | 4.8544 | 1% | 485.436 |
| -10 | 1.00 | 5.0410 | 1% | 504.100 |
| -10 | 2.00 | 5.1387 | 1% | 513.865 |
| -10 | 3.00 | 4.9188 | 1% | 491.876 |

越大。

参考已有试验研究^[22-24],不同含盐量硫酸盐渍土的冻结温度如表5所示。

表5 不同含盐量试样冻结温度

Table 5 Freezing temperature of samples with different salt content

| 含盐量 w | 冻结温度/℃ | 含盐量 $w/\%$ | 冻结温度/℃ |
|---------|--------|------------|--------|
| 0.0% | -0.20 | 2.0 | -1.56 |
| 0.5% | -1.47 | 2.5 | -1.57 |
| 1.0% | -1.52 | 3.0 | -1.59 |

试样中硫酸钠的含量会改变土样中未冻水溶液的活度,含盐量增加,活度降低导致冻结温度降低,因此冻结温度低于不含盐土样。当硫酸钠含量低于1%时,冻结过程中,在土体冻结温度附近没有硫酸钠晶体析出。而当硫酸钠含量在1%至2%间时,硫酸钠晶体开始形成。因此在一定的含盐量范围内,随着含盐量的增加,试样的切线模量表现出两种不一样的变化情况,具体表现如下:

(1)试验温度区间为 $-2 \sim -10\text{ }^\circ\text{C}$,在此温度区间内含盐冻土试样整体并未完全冻结。当 $0\% < w < 1\%$ 时,土体中盐晶不析出,土体中主要形成冰晶。在这个含盐区间内,土体中自由水开始结冰时,土体中没有盐晶体的析出。由于硫酸钠改变了土样中未冻水溶液的活度,冻结温度随含盐量增加而逐渐降低,故试样中形成冰晶的含量会随着含盐量的增加而降低。此含盐区间随着含盐量的增加,冰晶含

量减少,盐晶体还未析出,试样的切线模量就会出现随着含盐量增加而降低的现象。

(2)当 $1\% < w < 2\%$ 时,硫酸钠盐渍土的冻结温度较为接近,由于冻结过程中土颗粒对水的吸附作用,试样中硫酸钠溶液在冻结温度之上就达到了过饱和状态,盐晶体开始析出。硫酸钠晶体的析出先于冰晶的形成,后形成的冰晶体析出后直接与硫酸钠晶体、土颗粒黏结,形成土体的结构,对土体有加强作用。此时土体析出的盐晶体越多,冰晶、盐晶混合结晶体与土颗粒的黏结度越强。试样的切线模量随含盐量增加而增大。

(3)当 $2\% < w < 3\%$ 时,试样中硫酸钠溶液在温度达到试样冻结温度前形成了过饱和状态,盐晶体先于冰晶体析出,析出量大于冰晶体,因此析出的硫酸钠晶体未能完全与土颗粒、盐晶体黏结,逐渐冻结后,盐晶体降温膨胀,孔隙变大,一定程度上削弱了试样的强度,导致切线模量降低。

2.2 p - q 平面强度准则

通常情况下,冻土的临界破坏条件可用一般应力状态来表示,表达式如下^[23]:

$$f(\delta_{ij}, k_i) = 0 \quad (2)$$

式中: f 为材料的强度函数, δ_{ij} 为空间内二阶对称应力张量, k_i 为强度参数。

式(2)在 p - q - θ 应力空间可表示为:

$$f(p, q, \theta, k_i) = 0 \quad (3)$$

p 、 q 分别为微元八面体平面上的平均正应力和广义偏应力, p 、 q 的表达式如下:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (4)$$

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

在常规三轴应力状态下, $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$,故可将式(4)、(5)化简为:

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3) \quad (6)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (7)$$

基于试验数据,根据式(4)~(7)绘制不同含盐量的冻结粉质黏土的 p - q 强度关系(p 为横坐标, q 为纵坐标)如图2所示。

从图2可以看出,临界 p - q 强度为明显的线性关系。盐渍土中盐晶和冰晶具有一定的胶结强度,围压较小的情况下,这种胶结特性强度较小。对于冻结盐渍土来说,这种胶结作用会随着围压的增加而出现减弱,一般称为“压融”。压融现象在临界强度曲线上反映为,随着平均正应力的增加临界强度

曲线逐渐向下弯曲^[25-26]。实验结果表明,在较低围压下含盐冻土临界状态趋于直线,未出现压融现象。

冻土试样在 p - q 平面内强度曲线的函数表达式为:

$$q = f_{p-q} g(\theta) \quad (8)$$

式中: f_{p-q} 为材料在 p - q 平面上的临界状态函数, $g(\theta)$ 为偏平面上的形状函数, θ 为Lode应力角。

在 p - q 平面上,常规三轴压缩状态时, $\theta = -\pi/6$, $g(\theta) = 1$ 。基于试验结果,冻结盐渍土在 p - q 平面上的临界状态强度线可以表示为:

$$f_{p-q}(p) = M_0(p + p_w) + c_f \quad (9)$$

式中: M_0 为初始临界应力, p 为平均正应力, p_w 为含盐量对平均正应力的影响因数,与试样含盐量有关, c_f 为临界强度曲线的截距,表示降温后水冻结成冰和盐晶体析出,冰晶和盐晶黏结下的土颗粒间黏聚力。上述参数均可视为与试验相关的拟合参数。对实验数据拟进行拟合,拟合结果如表6所示。

根据Mohr-Coulomb准则可将冻土的强度准则表示为正应力与切应力相关的方程:

$$f = \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \tau^2 - \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \quad (10)$$

将(6)、(7)式代入,得到:

$$f = \left(\sigma - p - \frac{q}{6} \right)^2 + \tau^2 - \frac{q^2}{4} \quad (11)$$

将式(9)变形为三轴试验的强度包络线方程:

$$L_{p-q} = M_0(p + p_w) + c_f - q = 0 \quad (12)$$

包络线理论微分方程为:

$$\frac{\partial f}{\partial p} \cdot \frac{\partial L}{\partial q} - \frac{\partial f}{\partial q} \cdot \frac{\partial L}{\partial p} = 0 \quad (13)$$

将式(11)、(12)进行微分并代入式(13),得到正应力 σ 的表达式:

$$\sigma = \frac{M_0 \left[\frac{1}{6} \left(p + \frac{q}{6} \right) - \frac{q}{2} \right] + 2 \left(p + \frac{q}{6} \right)}{2 + \frac{M_0}{6}} \quad (14)$$

式(14)代入式(11)得到切应力 τ 的表达式:

$$\tau = \sqrt{\frac{q^2}{4} - \left[\frac{M_0 \left[\frac{1}{6} \left(p + \frac{q}{6} \right) - \frac{q}{2} \right] + 2 \left(p + \frac{q}{6} \right)}{2 + \frac{M_0}{6}} - p - \frac{q}{6} \right]^2} \quad (15)$$

据弹性力学基本公式可以得到黏土材料摩擦角正切值表达式为:

$$\tan \varphi = \frac{d\tau}{d\sigma} = - \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma}}{\frac{\partial f}{\partial \tau}} = \frac{\sigma - p - \frac{q}{6}}{\tau} \quad (16)$$

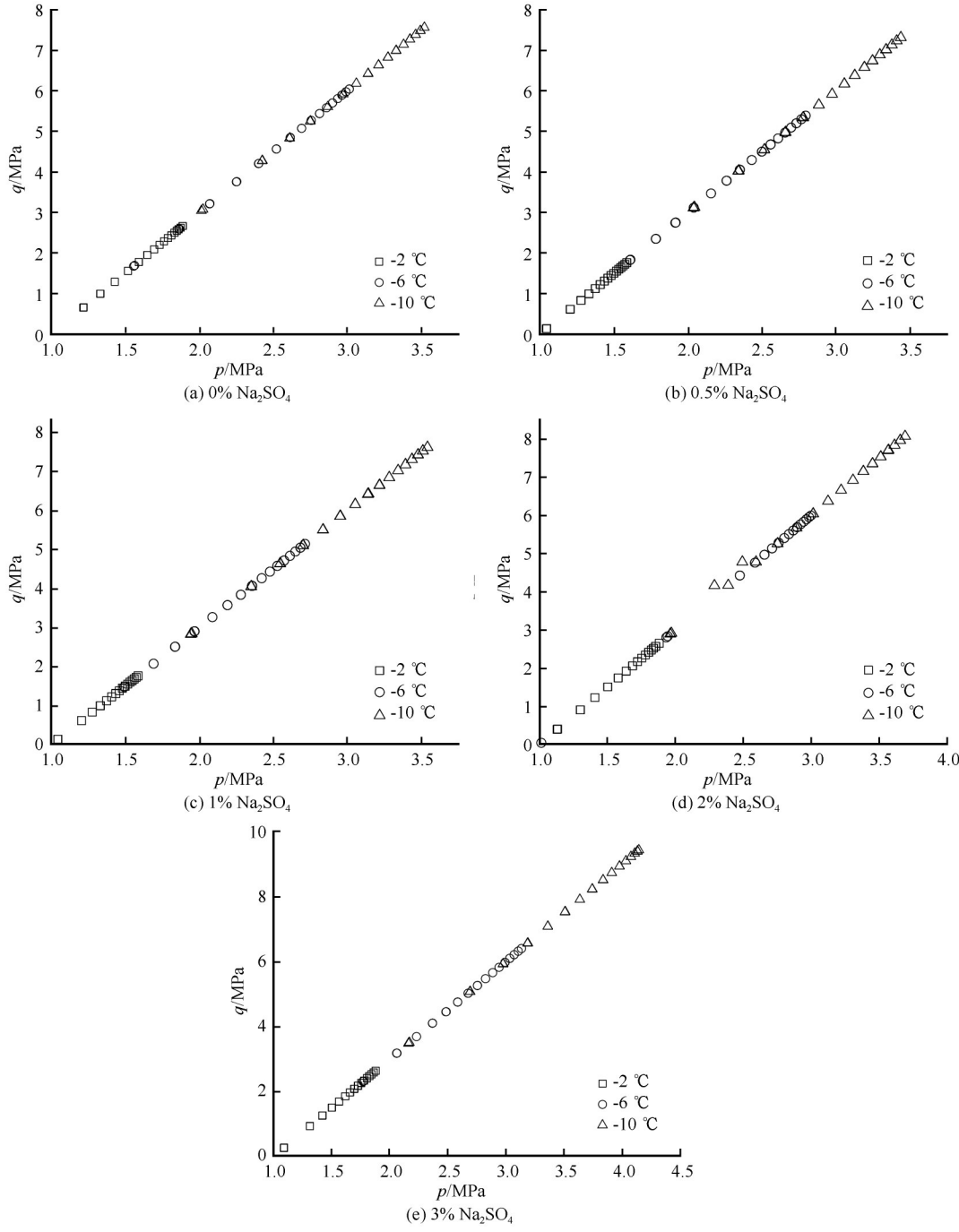


图2 p - q 强度
Fig. 2 p - q strength

表6 临界状态参数拟合值

Table 6 Parameter fitting table of critical state

| 含盐量 $w/\%$ | M_0 | P_w | c_f |
|------------|-------|--------|---------|
| 0 | 3.010 | -1.106 | -3.3299 |
| 0.5 | 3.118 | -1.155 | -3.6020 |
| 1.0 | 3.238 | -1.143 | -3.7030 |
| 2.0 | 3.240 | -1.102 | -3.3038 |
| 3.0 | 3.780 | -0.852 | -3.2200 |

则：

$$\varphi = \arctan \left(-\frac{\sigma - p - \frac{q}{6}}{\tau} \right) \tag{17}$$

3 修正 Duncan-Chang 本构模型

Duncan-Chang 土体应力-应变曲线模型,其表达式为:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_0} + \frac{R_f \varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (18)$$

式中: R_f 为试样破坏比, 等于破坏应力差与极限应力差的比值; E_0 为初始切线模量。

将式(1)、(7)代入式(18), 式(18)可化简为:

$$\frac{\varepsilon}{q} = \frac{1}{E_0} + \frac{R_f \varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad (19)$$

式中: $\frac{1}{E_0}$ 、 $\frac{R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}$ 均为与试验材料有关的材料参

数, 对于同一试样, 可视为常数。

基于试验结果, 作出 ε/q 与 ε 关系曲线 (ε/q 为纵坐标, ε 为横坐标) 如图3所示。

从图3中可以看出, 当应变大于1%时, ε/q 与 ε 呈标准的线性关系, 可以用线性方程表示为

$$\frac{\varepsilon}{q} = A\varepsilon + B \quad (20)$$

式中: A 为直线的斜率, B 为该直线在纵坐标上的截距, 二者皆为与试样性质有关的试验参数。基于试验结果, 参数 A 、 B 拟合结果如表7所示。

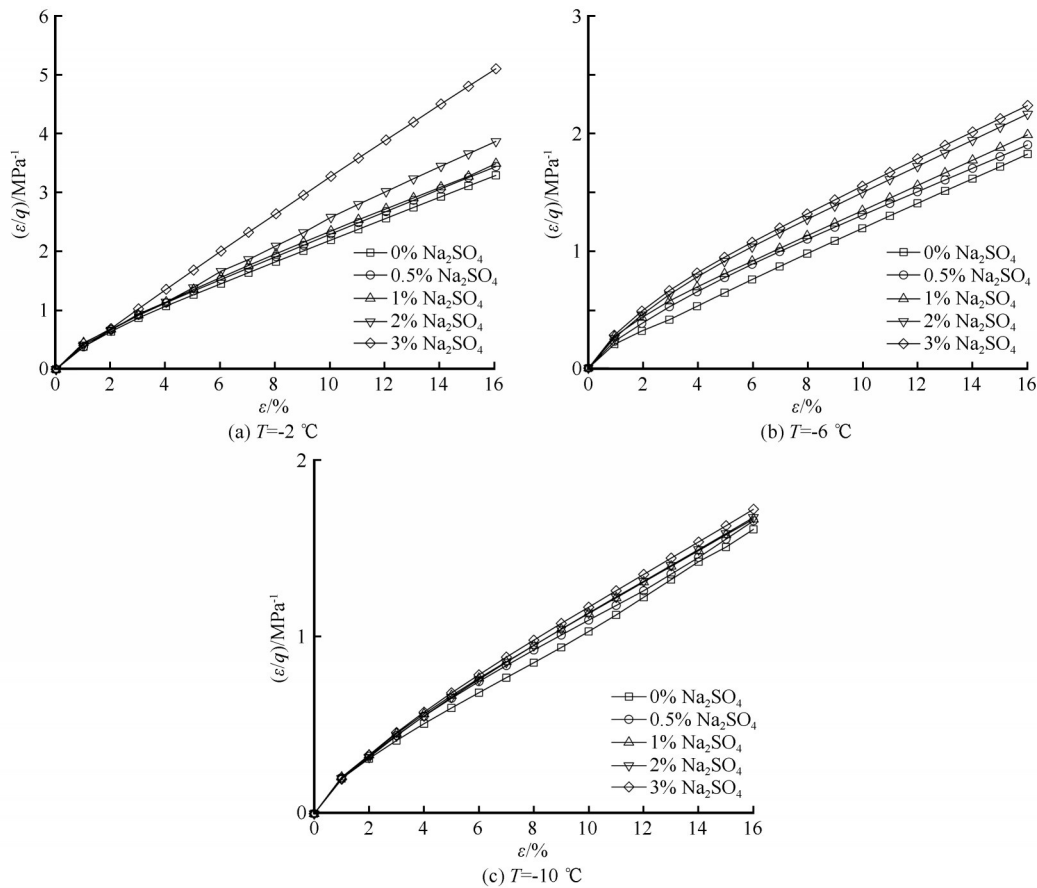


图3 ε/q 与 ε 关系曲线

Fig. 3 Curve of relation between ε/q and ε

表7 参数 A 、 B 拟合结果

Table 7 Fitting results of parameter A and B

| 含盐量 $w/\%$ | -2 °C | | -6 °C | | -10 °C | |
|---------------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| | A | B | A | B | A | B |
| 0 | 0.223 | 0.194 | 0.122 | 0.110 | 0.097 | 0.094 |
| 0.5 | 0.233 | 0.203 | 0.158 | 0.112 | 0.126 | 0.096 |
| 1.0 | 0.256 | 0.205 | 0.179 | 0.115 | 0.131 | 0.098 |
| 2.0 | 0.216 | 0.234 | 0.202 | 0.126 | 0.120 | 0.099 |
| 3.0 | 0.085 | 0.315 | 0.219 | 0.130 | 0.126 | 0.102 |

基于表7试验拟合结果, 假设含盐量、温度与参数 A 、 B 的关系可表示为:

$$A = f(w, T) \quad (21)$$

$$B = g(w, T) \quad (22)$$

式中: $f(w, T)$ 、 $g(w, T)$ 均为与含盐量 w 、温度 T 有关的函数关系。

将试验结果进行拟合, 如图4所示。

参数 A 、 B 拟合表达式为:

$$A = 0.008T - 0.02w^2 + 0.1w + 0.28 \quad (0\% \leq w \leq 2\%) \quad (23)$$

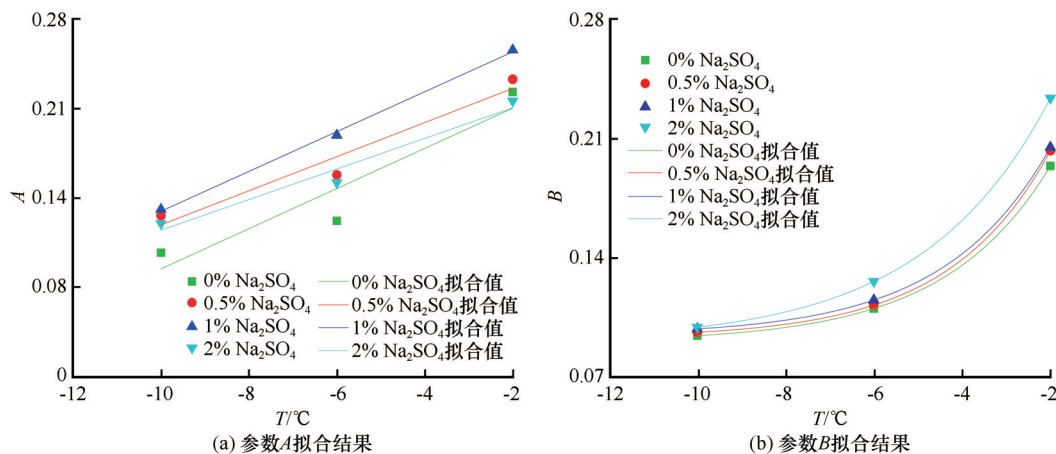


图4 参数A、B拟合结果

Fig. 4 Fitting results of parameters A and B

$$B = (0.025w + 0.24)e^{\frac{T}{2.4}} \quad (0\% \leq w \leq 2\%) \quad (24)$$

式中: T 为温度, 单位为 $^{\circ}\text{C}$; w 为试样含盐量, 单位为 %。

为进一步验证模型适用性与计算精度, 分别选

取 $w=0\%$ 、 $w=1.5\%$ 、 $w=2.5\%$ 情况, -6°C 、 -10°C 、 -15°C 温度范围, 不同围压的试验数据进行对比^[23, 27-30], 修正 Duncan-Chang 本构模型计算结果与试验结果对比如图5所示。

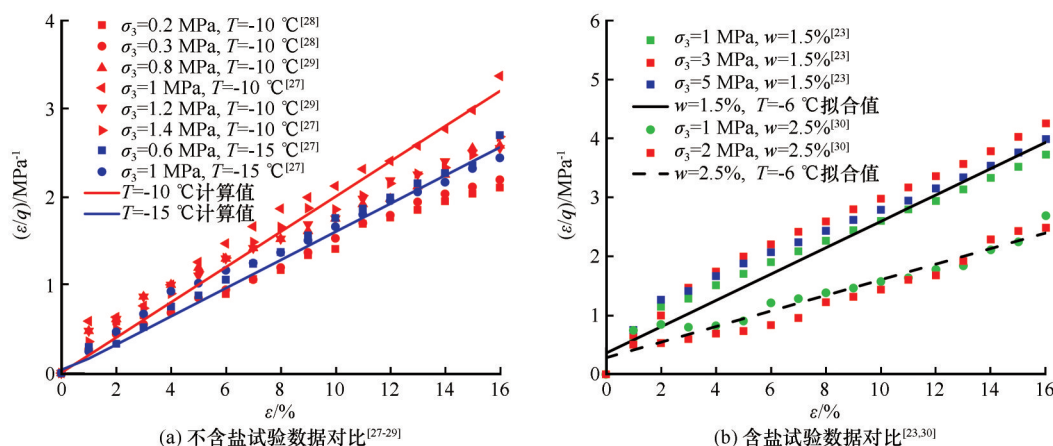


图5 拟合结果与试验结果对比

Fig. 5 Comparison of fitting test results

由拟合结果与试验结果对比可以看出, 该修正 Duncan-Chang 本构模型计算结果偏小, 计算值与试验值基本吻合, 围压越接近 1 MPa 计算结果越精确。在应变后期, 试样整体处于应变过渡阶段, Duncan-Chang 模型更适用于正常固结黏土与应变硬化关系的土类, 当土样处于由应变软化向应变硬化的过渡阶段未发生压融现象时, 模型的适用性较好。

为验证模型精度, 引入均方根误差 (RMSE) 和均差 (AD) 作为模型精度的评价手段, 均方根误差将直接反映模型的整体预测效果, 均差反映模型的预测精确度^[31-32]。均方根误差和均差的计算公式可表示为:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_e - f_c)^2}{n}} \quad (25)$$

$$\text{AD} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (f_c - f_e) \quad (26)$$

式中: n 为每组数据中数据点数; f_e 为试验值; f_c 为模型计算值; RMSE、AD 在计算过程中为无量纲的具体数值。

RMSE、AD 计算结果如图6所示。

由模型误差计算结果可以看出, 除个别试验数据外, 较低围压情况下, 含盐试样的 RMSE 值相对较低, 均小于 0.40, 在 -15°C 范围内, 不含盐试样温度越低, RMSE 值越小, 模型精度越高; AD 的值在

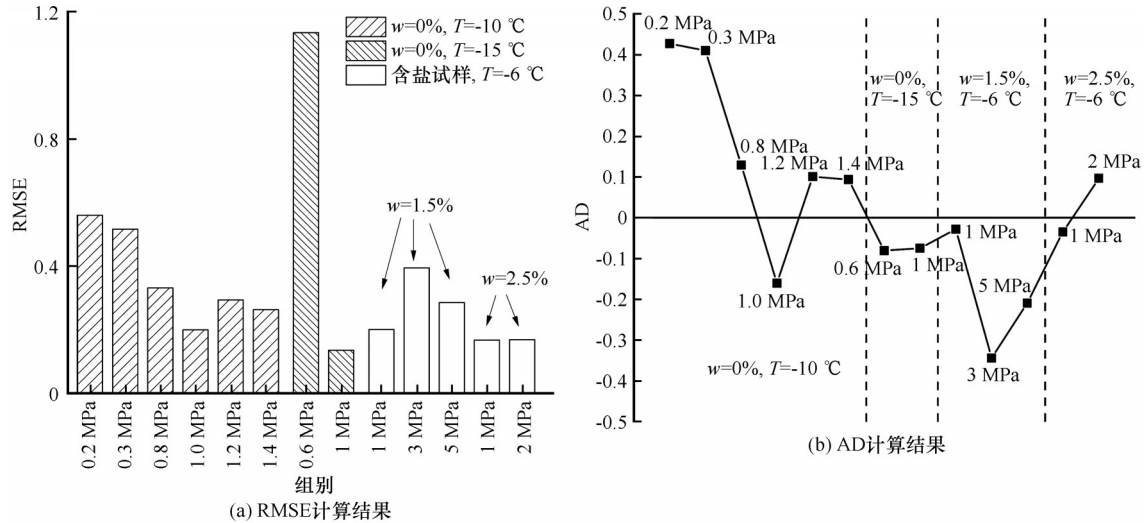


图6 模型误差计算结果

Fig. 6 Calculation results of model error

0.45 至-0.40 区间内,在 0~15 °C 范围内,相同围压情况下,不含盐试样温度越低,模型误差计算结果越小,含盐试样围压越接近 1 MPa,精度越高。

因此,该模型更适用于 0 °C 至-15 °C 范围内含盐量 $0\% < w < 2.5\%$ 的冻结硫酸钠粉质黏土。

4 结论

本论文通过对-2、-6、-10 °C 负温情况下,围压为 1 MPa,硫酸钠含量为 0%~3% 的粉质黏土进行负温三轴剪切试验,研究了冻结硫酸钠粉质黏土偏应力与轴向应变的非线性关系,计算了不同试验工况下试样的初始切线模量 E 值,分析了不同冻结温度下含盐量对 E 值的影响规律。研究了 p - q 平面上的强度准则,提出了冻结硫酸钠粉质黏土的修正 Duncan-Chang 本构模型。具体结论如下:

(1) 不同试验工况的冻结硫酸钠粉质黏土的偏应力-应变曲线呈现出 $\varepsilon > 12\%$ 后应力逐渐稳定的现象,处于向应变硬化的过渡阶段。各组试样的偏应力-应变曲线变化趋势相似,试样的强度随冻结温度降低而增大,温度降低对试样的整体强度有加强作用,温度越低,加强效果越明显。相同冻结温度下,含盐量增加,试样的强度呈现逐渐减弱的趋势。

(2) 试样在线弹性阶段临界点 $\varepsilon_1 = 1\%$ 时对应的切线模量 E 值随温度降低而增大。相同冻结温度情况下, E 值呈现先减小后增大再减小的变化趋势。在 p - q 平面内,各组试样的 p - q 临界强度曲线为一条直线,直线斜率随含盐量的增大而略微增大,增幅不明显,直线在坐标轴上的截距受温度和含盐量共

同影响。

(3) 修正 Duncan-Chang 本构模型计算结果偏小,土样处于偏应力稳定的过渡阶段且未发生压融现象时,模型的适用性较好。RMSE、AD 计算结果表明该模型更适用于较低围压下-15 °C 范围内含盐量 $0\% < w < 2.5\%$ 的冻结硫酸钠粉质黏土。

参考文献(References):

- [1] Wan Xusheng. Salt migration from crystal of sulphuric acid salt and anti-salt swelling of roadbed in cold region[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015. [万旭升. 硫酸盐渍土盐晶体析出、盐分迁移及寒区路基防盐胀试验研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2015.]
- [2] Ma Wei, Wang Dayan. Mechanics of frozen ground[M]. Beijing: Science Press, 2014. [马巍, 王大雁. 冻土力学[M]. 北京: 科学出版社, 2014.]
- [3] Lai Yuanming, Zhang Mingyi, Li Shuangyang. Theory and application of cold regions engineering[M]. Beijing: Science Press, 2009. [赖远明, 张明义, 李双洋. 寒区工程理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.]
- [4] Niu Yaqiang. Testing investigation of static and dynamic properties and constitutive modeling for frozen silty clay[D]. Lanzhou: Lanzhou Jiatong University, 2018. [牛亚强. 冻结粉质黏土静动力学性质的试验研究与本构模拟[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2018.]
- [5] Li Dongwei, Wang Renhe. Frozen soil ant-shear strength characterand testing study[J]. Journal of Anhui University of Science and Technology(Natural Science), 2004, 24(Supple 1): 52-55. [李栋伟, 汪仁和. 冻土抗剪强度特性及试验研究[J]. 安徽理工大学学报(自然科学版), 2004, 24(增刊 1): 52-55.]
- [6] Zheng Bo, Zhang Jianming, Chang Xiaoxiao, et al. Mechanical properties study of artificially frozen soil in tunnel engineering of Guangzhou metro[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2007, 3(5): 893-897, 908. [郑波, 张建明, 常小晓, 等. 广州地铁隧道冻结工程冻土力学特性试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2007, 3(5): 893-

- 897, 908.]
- [7] Yang Yugui. Study on strength and constitutive model of frozen silt[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2011. [杨玉贵. 冻结粉土强度与本构模型研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2011.]
 - [8] Baker T H W, Jones S J, Parameswaran V R. Confined and unconfined compression tests on frozen sand[M]. National Research Council of Canada, Division of Building Research, 1981.
 - [9] Jones S J. The confined compressive strength of polycrystalline ice[J]. Journal of Glaciology, 1982, 28(98): 171-178.
 - [10] Fish A M. Strength of frozen soil under a combined stress state[C]. Proceedings of 6th international symposium on ground freezing, AA Balkema Rotterdam, The Netherlands, 1991, 1(1): 135-145.
 - [11] Ma Wei, Wu Ziwang, Sheng Yi. Effect of confining pressure on strength characteristics of frozen soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(5): 7-11. [马巍, 吴紫汪, 盛煜. 围压对冻土强度特性的影响[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(5): 7-11.]
 - [12] Zhang Shujuan, Lai Yuanming, Li Shuangyang, et al. Dynamic strength of frozen soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(4): 595-599. [张淑娟, 赖远明, 李双洋, 等. 冻土动强度特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(4): 595-599.]
 - [13] Sun Xingliang, Wang Ren, Hu Mingjian, et al. Triaxial strength and deformation properties of frozen silty clay under low confining pressure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(10): 1623-1627. [孙星亮, 汪稔, 胡明鉴, 胡建华. 低围压下冻结粉质黏土的三轴强度及变形分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(10): 1623-1627.]
 - [14] Chamberlain E J. Shear strength anisotropy in frozen saline and freshwater soils[C]. The Fourth International Symposium on Grounding Freezing. Sapporo, Japan, 1985: 6.
 - [15] Miller D L, Johnson L A. Pile settlement in saline permafrost: a case history[C]. Proceedings, 5th Canadian Permafrost Conference, Quebec City, 1990: 371-378.
 - [16] Yang Chengsong, He Ping, Cheng Guodong, et al. Uniaxial compressive strength of frozen saline silty clay[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(1): 144-148. [杨成松, 何平, 程国栋, 等. 含盐冻结粉质黏土单轴抗压强度试验研究[J]. 工程力学, 2006, 23(1): 144-148.]
 - [17] Liao Mengke, Lai Yuanming, Wang Chong. A strength criterion for frozen sodium sulfate saline soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 53(7): 1176-1185.
 - [18] Hu Shuzhi, Yang Xueqiang, Zhang Xintao. True triaxial undrained shear tests of a clay sample[J]. Soil Engineering and Foundation, 2014, 28(4): 132-134. [胡舒之, 杨雪强, 张新涛. 黏土的真三轴不排水剪切试验[J]. 土工基础, 2014, 28(4): 132-134.]
 - [19] The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB/T 50123—2019 Standard for soil test method[S]. Beijing: China Planning Press, 2019. [中华人民共和国国家标准编写组. GB/T 50123—2019 土工试验方法标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019.]
 - [20] Li Hangzhou, Xiong Guangdong, Guo Tong, et al. Binary-medium model for loess considering unified strength theory[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(Suppl 1): 53-57. [李杭州, 熊光东, 郭彤, 等. 考虑统一强度理论的黄土二元介质模型研究[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(增刊1): 53-57.]
 - [21] Zhang De, Liu Enlong, Liu Xingyan, et al. Investigation on binary medium model taking frozen silt soil under -6°C for example[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(1): 82-90. [张德, 刘恩龙, 刘星炎, 等. 冻土二元介质模型探讨——以 -6°C 冻结粉土为例[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(1): 82-90.]
 - [22] Wan Xusheng, Lai Yuanming, Wang Chong. Experimental study on the freezing temperatures of saline silty soils[J]. Permafrost and Periglacial Processes, 2015, 26(2): 175-187.
 - [23] Zhao Yanhu. Study on strength criterion and constitutive relation of saline frozen silty clay under static and dynamic loading[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2020. [赵彦虎. 静动荷载作用下含盐冻结粉质黏土强度准则与本构关系研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2020.]
 - [24] Lu Jianguo, Wan Xusheng, Liu Li, et al. Water-heat-salt interaction of sodium sulfate saline soil during a cooling process[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2022, 54(2): 126-134. [路建国, 万旭升, 刘力, 等. 降温过程硫酸钠盐渍土水-热-盐相互作用过程[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2022, 54(2): 126-134.]
 - [25] Suebsuk J, Horpibulsuk S, Liu M D. Modified Structured Cam Clay: a generalised critical state model for destructured, naturally structured and artificially structured clays[J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37(7-8): 956-968.
 - [26] Horpibulsuk S, Miura N, Bergado D T. Undrained shear behavior of cement admixed clay at high water content[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, 130(10): 1096-1105.
 - [27] Sun Guyu, Yang Ping, Liu Guanrong. Experimental test on constitutive relationship of Nanjing frozen silty clay considering Duncan-Chang model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(Suppl 1): 2989-2995. [孙谷雨, 杨平, 刘贯荣. 南京地区冻结粉质黏土邓肯-张模型参数试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(增刊1): 2989-2995.]
 - [28] Luo Chongliang, Yu Yunyan, Yue Jianping, et al. Low-temperature frozen soil triaxial test and model study on saline soil in Hexi area[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2021, 38(6): 61-69. [罗崇亮, 余云燕, 岳建平, 等. 河西盐渍土的低温冻土三轴试验与模型研究[J]. 公路交通科技, 2021, 38(6): 61-69.]
 - [29] Zhang Yaqin, Yang Ping, Jiang Wangyang, et al. Study on triaxial strength and constitutive model of frozen silty clay[J]. China Civil Engineering Journal, 2019, 52(Suppl 1): 8-15. [张雅琴, 杨平, 江汪洋, 等. 粉质黏土冻土三轴强度及本构模型研究[J]. 土木工程学报, 2019, 52(增刊1): 8-15.]
 - [30] Liao Mengke. Study on the influence of sulfuric acid salinization and creep characteristics of frozen soil[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2016. [廖孟珂. 冻土本构的硫酸盐渍化影响及蠕变特性研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2016.]
 - [31] Deng Shilei, Wan Xusheng, Lu Jianguo, et al. Study on prediction model of unfrozen water content in silty clay and parameter variation rule[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2021, 38(11): 28-36. [邓世磊, 万旭升, 路建国, 等. 粉质黏土未冻水含量预测模型及参数变化规律研究[J]. 公路交通科技, 2021, 38(11): 28-36.]
 - [32] Wan Xusheng, Yan Mengyu, Lu Jianguo, et al. Variation of water film thickness in soil and prediction method of unfrozen water content[J]. Arid Zone Research, 2022, 39(1): 135-143. [万旭升, 颜梦宇, 路建国, 等. 土中水膜厚度变化规律及未冻水含量预测方法[J]. 干旱区研究, 2022, 39(1): 135-143.]

Strength and constitutive model of frozen sodium sulfate silty clay

WAN Xusheng, YAN Mengyu, LU Jianguo, YAN Zhongrui, LIU Fengyun

(School of Civil Engineering and Geomatics, Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

Abstract: In order to study the deformation law and strength characteristics of frozen sodium sulfate silty clay, negative temperature triaxial shear tests were carried out on silty clay with different sodium sulfate contents in the temperature range of -2 , -6 , -10 $^{\circ}\text{C}$ under 1 MPa confining pressure. Based on the experimental data, the tangential modulus of frozen sodium sulfate silty clay was calculated, the nonlinear relationship between axial strain and deviatorial stress was studied, the p - q plane strength criterion of sample was derived, and the strength formula of frozen sodium sulfate silty clay was proposed. The modified Duncan-Chang constitutive model of frozen salt-bearing silt with parameters was established, and the relevant parameters were fitted to verify the accuracy and applicability of the model. The results show that the deviatorial stress of the sample tends to be stable at the later stage of strain hardening, and the tangential modulus E of the sample at negative temperature decreases first, then increases and then decreases with the increase of salt content. The tangential modulus E has changed in a small variation range and p - q shows an obvious linear relationship. In the temperature range of 0 $^{\circ}\text{C}$ to 15 $^{\circ}\text{C}$, the modified Duncan-Chang constitutive model has good prediction effect on the strength of frozen sodium sulfate silty clay with salt content less than 2.5%.

Key words: frozen silty clay; triaxial shear test; deformation rule; strength criterion; modify Duncan-Chang constitutive model

(责任编辑: 裴万胜)